Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

Instituto Nacional de Formación Docente

El uso del GeoGebra

como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad

Maestría en la Enseñanza de las Ciencias Experimentales y Matemática. UNSAM. 2012.

Nancy Noemí Debárbora

Esta tesis fue financiada a través de las acciones correspondientes a la línea de Postgrados y Stages perteneciente a la Coordinación de Desarrollo Profesional Docente del Instituto Nacional de Formación Docente mediante el programa de formación - PROFOR -
La publicación digital de este trabajo se encuentra autorizada por su autora Nancy Noemí Debárbora.

PLANEAMIENTO Y RESUMEN DE LA TESIS

La investigación pretende abordar las actividades de enseñanza y de aprendizaje, en relación al uso del GeoGebra, como recurso educativo digital que permite la transposición didáctica, considerando como eje temático las relaciones funcionales de proporcionalidad, en la educación de adolescentes - jóvenes. Los alumnos, en su mayoría en situación de riesgo social-económico, cursan el noveno año -Tercer ciclo de la Educación General Básica- de la localidad de General José de San Martín –Chaco-.

Las problemáticas percibidas por la experiencia personal y en el contacto con los docentes en el ámbito educativo están vinculadas en torno a: ¿Cómo crear un ambiente donde se propicie la construcción y desarrollo de nociones y conceptos matemáticos, desde diferentes situaciones o contextos, considerando como eje temático a las funciones de proporcionalidad, que sean útiles para la comprensión, planteo, estudio y resolución de problemas de su entorno?¿Cómo lograr la complejidad de su tratamiento, en cuanto a relacionar los distintos núcleos problematizadores, tales como, numérico, aritmético, algebraico, geométrico, analítico y la propia estructura del pensamiento lógico-matemático? Se consideran en el análisis crítico, preguntas que relacionan al fenómeno didáctico con la incorporación del uso de un nuevo artefacto, tales como, ¿Qué métodos o técnicas o procesos de pensamiento o solución pone en juego este nuevo artefacto tecnológico? ¿Qué permite manipular y representar de los objetos de aprendizaje a diferencias de los tradicionales, fundamentalmente aquellos que son problemáticos? ¿Qué nuevos objetos a aprender se introduce con esta tecnología o recurso digital?

Como conclusión importante, que se obtiene en la investigación, se observa que el uso del GeoGebra como un cuarto elemento (el medio) que se agrega a la tríada pedagógica, permite mejorar en forma progresiva la intervención del profesor, con preguntas problematizadoras, propias del trabajo con el software. A través del uso del mismo y las intervenciones del profesor, los estudiantes realizan actividades de exploración y ponen en juego, técnicas y justificaciones, de manera natural y fecunda. Las representaciones simbólicas, gráficas, geométricas y tabulares que ofrece GeoGebra permiten visualizar, comparar, comprender e internalizar la función no sólo como proporción, sino también, como correspondencia, gráfica, expresión analítica y como variación en situaciones problemáticas situadas en el contexto sociocultural en el cual se desarrollan los procesos de enseñanza- aprendizaje.

El contrato didáctico cambia de manera paulatina, a través de la distribución de roles que facilita el software, mejorando las relaciones interpersonales entre todos los integrantes de la comunidad de aprendizaje. Más allá que la trayectoria del estudiante a lo largo de un campo conceptual científico es difusa, difícil y lenta, se observa, como aspecto importante, el continuo uso de conocimiento implícito, al mismo tiempo, que se va apropiando del conocimiento explícito de la ciencia. Además, al participar de manera espontánea e interactiva va construyendo seguridad en torno a sus posibilidades de aprendizaje y eso influye de manera positiva en su autoestima, en el compromiso que asume y en la actitud hacia la ciencia.

AGRADECIMIENTOS

En principio, a mi familia, compuesta por mi esposo y dos hijas, que ha permitido y apoyado mi idea de viajar y realizar esta carrera, que ha significado mucho tiempo de dedicación.

Al Instituto de Nivel Terciario "Profesor Eduardo A. Fracchia", por informar sobre el programa de becas del Instituto Nacional de Formación Docente y apoyar la capacitación de sus docentes, a través del equipo de gestión.

A los profesores a cargo de los diferentes seminarios de la Maestría, quienes a través de los mismos, me han brindado un amplio espectro de conocimientos que han nutrido mi formación y experiencia para llevar adelante la investigación.

A los compañeros de carrera y principalmente mis colegas, profesores de Matemática del Instituto de Nivel Terciario "Profesor Eduardo A. Fracchia", María Cristina Cervetti, Adolfo Treppo y Mara Alvarez, con quienes he viajado y compartido momentos de diálogo, intercambio y estudio durante la cursada de los seminarios de la Maestría de la Enseñanza de las Ciencias Experimentales y Matemática.

Al colega profesor de Matemática, Fabián Ocampo, del Bachillerato Libre para Adultos. N° 5 "Dr. Esteban Laureano Maradona" (apoyado por el equipo de gestión institucional), quien me ha permitido en principio realizar observaciones e intercambios muy valiosos, en Nivel B segundo ciclo a su cargo, pero dada las características de la institución y de la forma de trabajo, sin asistencia obligatoria y cursado trimestral, no fue posible el seguimiento de la investigación.

Al colega profesor de Matemática, Diego Moyanesi, del C.E.P. N° 47 "Manuel Belgrano" quien gentilmente accedió a colaborar con su grupo de alumnos de noveno año primera división turno noche, a realizar la investigación mediante el uso del GeoGebra en el aula para la enseñanza de las funciones de proporcionalidad.

Al colega profesor de Matemática, Hugo Vargas, de noveno año segunda división quien accedió a una entrevista, a efectos de conocer su experiencia en el aula, para contrastar con el de noveno año primera división.

A la directora del presente trabajo, Profesora Mg. Gema Fioriti por su predisposición, dedicación y asesoramiento, ha permitido en mí, múltiples lecturas, escrituras y reescrituras con el firme objetivo de lograr un trabajo fecundo. También destaco y agradezco el tiempo dedicado para interactuar, a través del correo electrónico y del skype, (herramienta de comunicación que nos ofrece las TIC), superando de esa forma un obstáculo importante como es la distancia. Y a su colaboradora, Lic. Rosa Ferragino, por realizar sugerencias muy valiosas en cuanto a mejorar estilo y redacción.

ÍNDICE

CAPÍTULOS, SECCIONES Y/O SUBSECCIONES

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1) Descripción del problema y de la propuesta:

La investigación pretende abordar las actividades de enseñanza y de aprendizaje considerando como eje temático las relaciones funcionales de proporcionalidad en la educación de adolescentes - jóvenes, la mayoría en situación de riesgo social-económico, que cursan el noveno año -Tercer ciclo de la Educación General Básica- de la localidad de General José de San Martín – Chaco.

Algunas de las cuestiones planteadas por la experiencia personal y en el contacto con los docentes en el ámbito educativo están vinculadas en torno a:

¿Cómo crear un ambiente donde se propicie la construcción y desarrollo de nociones y conceptos matemáticos, desde diferentes situaciones o contextos, considerando como eje temático a las funciones de proporcionalidad, que sean útiles para la comprensión, planteo, estudio y resolución de problemas de su entorno?

¿Cómo lograr la complejidad de su tratamiento, en cuanto a relacionar los distintos núcleos problematizadores, tales como, numérico, aritmético, algebraico, geométrico, analítico y la propia estructura del pensamiento lógico-matemático, permitiendo un mayor acercamiento entre las actividades diarias que desarrollan los adolescentes-jóvenes y las experiencias educativas?

Se parte de la consideración de que la mayoría de los estudiantes, adolescentes-jóvenes, reniegan o les cuesta estudiar determinados contenidos matemáticos puesto que al quehacer matemático lo encuentran algo rígido, aislado, sin sentido y desprovisto de realidad y humanidad (Sadovsky, 2005). Además, esos contenidos se plantean, en cuanto a forma de enseñar por el profesor, involucrando entes abstractos que no dan lugar al debate y un lenguaje que al estudiante le cuesta entender. La escuela, enmarcada en los lineamientos curriculares, debe ser un ámbito donde los estudiantes logren un modo de trabajo o actividad intelectual más satisfactorio porque se transforma en una invitación a disfrutar de la vida social y cultural, respondiendo a enfatizar la relación del estudiante con el medio en el que participa como ciudadano, en la comprensión y adquisición de competencias necesarias para transformarlo.

El eje temático seleccionado incluye el estudio de la expresión algebraica y gráfica de funciones proporcionales y su contextualización en diferentes fenómenos del ámbito cotidiano y de las ciencias, desarrollando contenidos, metodologías y habilidades cognitivas diferentes. El desafío es contextualizar el aprendizaje dándole un valor práctico cercano al estudiante, donde conceptos y contenidos involucrados, puedan adquirir valor por cómo se puede ver en la vida diaria y por su efecto y aplicabilidad, a la solución de problemas reales. Considerar la capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas, incorporando formas habituales de la actividad matemática de manera progresiva, tales como la exploración de alternativas, la aplicación y ajuste de modelos, la precisión en el lenguaje y argumentaciones, la flexibilidad para modificar puntos de vistas ante evidencias y la perseverancia en la búsqueda de caminos y soluciones.

Por otro lado la Informática apoyada en las comunicaciones o las herramientas que ofrecen las Tecnologías de la Información y la comunicación proporciona nuevos entornos de trabajo. Los entornos tienden a ser colaborativos y cooperativos de modo que hay buenas posibilidades de producir cambios valiosos y significativos para crear situaciones de aprendizaje y enseñanza permitiendo a los estudiantes acercar los conceptos, sacándolos del plano abstracto para llevarlo a un plano natural moviendo y transformando los objetos de acuerdo a variación de valores o aplicación de reglas específicas.

Este trabajo pretende tratar el problema didáctico de iniciar a los alumnos del noveno año del tercer ciclo de la EGB en el uso funcional del instrumento algebraico utilizando como variante el GeoGebra como recurso didáctico digital en la enseñanza de las funciones de proporcionalidad. Para ello, la idea es enfocar la observación y análisis, en cómo se relacionan las distintas etapas en que evolucionan los sistemas proporcionales desde una Organización matemática de modelización clásica (regla de tres simple - reducción a la unidad) pasando por una organización matemática de modelización algebraica (obtener el valor de la constante de proporcionalidad ya se directa o inversa) a una organización matemática de modelización funcional (función lineal y función hiperbólica).

Se toma como referencia en esta investigación la modelización realizada en términos de la TAD (Teoría antropológica de lo didáctico) en torno a la Proporcionalidad realizada por Bosch (1994) y extendida por García (2005) en que se lleve a cabo una primera descripción de un proceso de modelización de sistemas proporcionales, a partir del análisis conjunto de textos clásicos, citado por García Francisco Javier, (2007).

1.2) Hipótesis y objetivos de la investigación

El propósito de esta investigación es hacer un aporte al conocimiento sobre la incidencia de la herramienta tecnológica en la producción de actividades de enseñanza-aprendizaje que las integren en el proceso de apropiación de los conocimientos matemáticos en los adolescentes-jóvenes, que permita plantear acciones de formación, tanto para profesores, como en relación a este proceso.

Se plantea como hipótesis para la realización de la misma,

"La selección y producción de actividades para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática teniendo en cuenta la integración del GeoGebra como uno de los recursos educativos digitales permitirá aumentar la posibilidad de trabajar con la problematización y la modelización matemática vinculada a los contenidos seleccionados, la exploración, la interactividad, la interdependencia positiva, la creatividad, la autoestima, el compromiso y la actitud positiva hacia esta Ciencia".

Los objetivos que permiten avanzar y guiar la investigación:

*Explorar el nivel de incidencia del software GeoGebra como recurso didáctico en el proceso enseñanza y aprendizaje de las funciones de proporcionalidad;

particularmente, en el estudio, modelización, interpretación y resolución de problemas en diferentes contextos.

*Analizar si un entorno de aprendizaje donde se use el software GeoGebra ayuda a relacionar los distintos núcleos problematizadores, numérico, aritmético, algebraico, geométrico, analítico y la propia estructura del pensamiento lógico-matemático logrando un vínculo más próximo entre las actividades diarias que desarrollan los adolescentes-jóvenes y las experiencias educativas.

*Estudiar cómo afecta un ambiente de aprendizaje donde se integre como software, el GeoGebra, si permite fomentar en los estudiantes la exploración, la interactividad, la interdependencia positiva, las habilidades analíticas y reflexivas, el pensamiento estratégico, la creatividad, la autoestima, el compromiso y la actitud positiva de los estudiantes hacia esta ciencia.

*Proponer formas de utilización del software GeoGebra como herramienta tecnológica que ayuda a relacionar las distintas etapas en que evolucionan los sistemas proporcionales desde una Organización o praxeología matemática de modelización clásica pasando por una organización matemática de modelización algebraica a una modelización funcional.

1.3) Aportes de la investigación a la enseñanza de la matemática.

Se espera que la implementación en el uso, del software GeoGebra, como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad, signifique un aporte para:

- reflexionar en relación a las situaciones que se seleccionan para trabajar en el aula.
- analizar en qué medida estas situaciones permiten la actividad matemática en el aula (basada en la problematización y modelización) y la interacción alumno-alumno y alumno-docente.

- estudiar las posibilidades de promover la actividad matemática, en cuanto a enfocar la enseñanza, desde diferentes marcos y registros de representación que ofrece el software GeoGebra, para el análisis de situaciones de aprendizaje.

CAPÍTULO 2:

MARCO REFERENCIAL DEL ESTUDIO

2.1) Estado del arte

Para la investigación se han realizado lecturas de numerosos trabajos relacionados con la utilización de herramientas tecnológicas para el estudio de las matemáticas, tales como por ejemplo, las que ofrecen los entornos virtuales. También, en investigaciones basadas en el uso de herramientas en el aula como la calculadora graficadora y software (Derive, Cabri y GeoGebra) para razonar, modelar, conjeturar, validar y resolver problemas.

De estos trabajos previos, se seleccionan para enmarcar la investigación, aquellos basados en el uso de calculadora graficadora y software. En cuanto a software, se elige, específicamente, aquellos basados en el GeoGebra, como recurso informático interactivo, porque tienen en cuenta la actividad matemática en el aula, tales como el trabajo conjetural, los procesos de validación y el trabajo conjunto del software GeoGebra y lápiz y papel como apoyo al razonamiento lógico. Otro criterio, que se considera para la selección, es el tratamiento de algunos de los temas ejes vinculados a la enseñanza de la matemática de la secundaria/EGB3 o Educación Polimodal, como son: resolución de problemas, álgebra, funciones y geometría.

Se decide tomar el GeoGebra, ya que es, un software de código abierto que integra en forma dinámica, Geometría, Álgebra y Cálculo. Además, se adapta para los requerimientos, en cuanto a la utilización de estrategias no avanzadas, en el contexto de esta investigación.

Los trabajos seleccionados que se consideran como referencia para la investigación

a) Vinculados con la utilización en las clases de matemática de calculadora graficadora y softwares matemáticos como Derive y Cabri:

"El uso de las calculadoras graficadoras para modelar y resolver problemas, álgebra, funciones y conjeturas en geometría" de Rodolfo Oliveros, Universidad Autónoma de Chapingo, México.

"El uso de Derive para Windows para resolver problemas algebraicos verbales, en el estudio de sistemas de ecuaciones en el bachillerato" de Marcos Aurelio Venturas Farfán, Universidad Michoacana de San Nicolás De Hidalgo, México

"Formulación de conjeturas en actividades con Cabri-Géomètre" cuyos autores son Ernesto A. Sánchez Sánchez, CINVESTAV-IPN y Miguel Mercado Martínez, CCH-UNAM; UPIICSA-IPN.

b) Vinculados con la utilización en las clases de matemática del software Geogebra:

"El trabajo conjetural con el GeoGebra" cuyos autores son Carlos Parodi, Nora Ferreyra, María Daniela Scarímbolo y Estela Rechimont

"GeoGebra como punto de partida de un proceso de validación", cuyas autoras son Nora Ferreyra y Nora Castro.

"La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de Competencias del alumnado", cuyos autores son Nuria Iranzo y Josep María Fortuny.

2.1.a) Aportes relacionados con el uso de calculadora graficadora y de software -como Derive, Cabri y GeoGebra- para favorecer el pensamiento estratégico e interpretar, modelizar y resolver problemas.

En el trabajo investigativo, en relación, al uso de las calculadoras graficadoras para conjeturar, modelar y resolver problemas (Oliveros, 2001) se analiza, como aspecto importante, para considerar en nuestro estudio, cómo los estudiantes logran fortalecer el razonamiento a través de establecer relaciones, como estrategia, entre las distintas formas de representación tales como tabular, gráfica y algebraica, mediante la validación de modelos analíticos y el trabajo con conceptos matemáticos, los vinculados a funciones para representar velocidad. En este estudio, utilizan la calculadora para resolver problemas vinculados a encontrar un modelo mediante ajuste de curvas, relacionando distancia y tiempo, con el propósito de describir velocidades durante el desarrollo de un curso introductorio de cálculo. Con la introducción de esta tecnología, se incrementa la manera de representar los conceptos matemáticos, porque da la impresión que las notaciones que usa la misma se ajustan más a las usadas en el álgebra. Más allá de los aspectos positivos, no podemos ignorar las dificultades que algunos estudiantes dejan a la vista, tales como, no identificar las variables del modelo, no lograr relacionar las representaciones tabular, gráfica y analítica de una función. Esta problemática está vinculada, quizás, a la falta de comprensión de los literales como representaciones de números y tienen que ver con dificultades, no propia del manejo de nuevas representaciones, sino, viejos problemas identificados que vuelven a emerger. Por otro lado, los alumnos validan los modelos analíticos exclusivamente usando la vista, es decir, observando qué tan bien se ajusta la gráfica a los datos, sin avanzar más allá de lo que se había enseñado.

Lo importante en este proceso, que se tiene en cuenta en nuestro estudio, es no conformarse con pruebas pragmáticas, sino pensar formas de hacer evolucionar el conocimiento, hacia la búsqueda de razones que fundamenten su validez mediante propiedades de los objetos en juego, es decir, avanzar de las pruebas pragmáticas hacia las intelectuales (Balacheff, 2000).

En la investigación relacionada con el uso de Derive para Windows (Ventura Farfán, 2001) se tiene en cuenta como otro aspecto importante para nuestro estudio, que ayuda a mejorar la construcción y evolución de conceptos algebraicos y el desarrollo de habilidades matemáticas. Las habilidades puestas en juego, tales como las analíticas, reflexivas y estratégicas con contenidos abordados en la resolución de problemas algebraicos de enunciado verbal, conectan, al igual que lo expresado en la investigación anterior, las representaciones numéricas, algebraicas y gráficas. Además, favorece la exploración, la prueba de conjeturas, la validación de aciertos y detección de error, como así también, avances positivos en la actitud y motivación de los estudiantes. Las preguntas que se rescatan como importantes para relacionar con nuestro estudio, que aparecen en la investigación son: "¿Las representaciones gráficas que se hacen con la computadora constituyen un medio adecuado para la "visualización" de un problema? El planteamiento de problemas en contexto ¿Realmente motivará a los alumnos para el aprendizaje del Álgebra? ¿Qué influencia tiene la validación de un acierto o de un error, por medio de la computadora, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? ¿Se desarrollan en los estudiantes, habilidades analíticas, reflexivas y estratégicas para resolver problemas mediante el uso de la computadora? ¿Los alumnos logran evolucionar en la construcción de conceptos algebraicos con el uso de un software, como el Derive para Windows? De acuerdo con los resultados de la citada investigación hay problemas que son fáciles para comprender por los alumnos, como los de velocidades y compraventas; los que generalmente presentan dificultades son los problemas de inversiones, acertijos, mezclas y geometría. Además, con la incorporación del software al trabajo en el aula y la formación de equipos de trabajo, permite ver cambios positivos en cuanto a actitud y motivación en los estudiantes. También, se ve mejora en la capacidad de reflexión, de conceptualización y de comprensión de problemas algebraicos verbales porque los alumnos usan como método alternativo estratégico, la representación gráfica, que contribuye a la visualización, exploración, a emitir y probar conjeturas, validar aciertos y descubrir errores. Se afirma en los resultados de esta investigación que los alumnos toman un papel más activo e independiente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Cuando se programan y se realizan actividades didácticas adecuadas, para que los estudiantes utilicen la computadora como medio que apoya el aprendizaje del álgebra, logran conectar las representaciones numéricas, algebraicas y gráficas mediante la resolución de un problema. Al usar con mayor frecuencia el método gráfico logran evolucionar en la construcción de conceptos algebraicos.

En la investigación vinculada con la formulación de conjeturas en actividades con Cabri-Géomètre (Sánchez Sánchez y Mercado Martínez, 2001) realizada con estudiantes de bachillerato (16-17 años), se tiene en cuenta para nuestra investigación, la estrategia para lograr el propósito de la misma; se basa, en la exploración de relaciones entre las ideas, que resultan mediante actividades realizadas en un ambiente de geometría dinámica. Con ayuda de las actividades más el software, en esta investigación, ha sido posible plantear a los estudiantes el problema de enunciar una proposición que no habían visto anteriormente. Para tal fin, se realiza un taller de geometría con apoyo de Cabri-Géomètre en dos etapas. La primera, para introducir a los alumnos participantes en el uso de las herramientas de Cabri-Géomètre y en la segunda etapa, para realizar actividades de construcción y exploración de figuras, con el pedido, de formular conjeturas sobre los resultados observados. Aspecto, este, tenido en cuenta en nuestra investigación con GeoGebra debido a que la mayoría de los alumnos no tienen experiencias previas en cuanto a utilización de las herramientas de trabajo que ofrece un software. Además, lo importante, es que los alumnos, relacionando ideas mediante la exploración y construcción de figuras geométricas, para apoyar al razonamiento deductivo, logran avanzar en sus conocimientos a través de la escritura de esas ideas o conjeturas y búsqueda de argumentos adecuados para validarlas. Para esto, es necesario, poner mayor atención a la elaboración de actividades, que con el uso de ambientes de geometría dinámica, fomenten las actividades de escritura, cuidando de no correr peligro de que el entusiasmo por el software propicie el abandono de este aspecto fundamental para acceder a la prueba matemática.

Del análisis de la investigación vinculada con el trabajo conjetural con el uso del GeoGebra, según Parodi et al., (2009), se tiene en cuenta como importante para nuestro estudio, la función del profesor, en el diseño de entornos de aprendizaje ricos en situaciones problemáticas, porque de esa forma el estudiante se ve estimulado a explorarlo en forma conjeturable, y esto es, un paso previo a la demostración. El GeoGebra es un software educativo de tipo heurístico en el que predomina el aprendizaje experimental y por descubrimiento, ya que, permite modificar datos, mostrar las variantes, comparar y confrontar resultados. Las líneas de comandos facilita la incorporación de los objetos que puede ser gráficos o algebraicos y la traducción de unos a otros se presenta en ventanas que se pueden visualizar simultáneamente. Además, en el caso que fuera necesario efectuar una modificación posterior, se puede recurrir al ítem Protocolo de la construcción para examinar los pasos realizados en la construcción o resolución de un problema. Aprovechando estas características del software, la investigación parte de las dificultades detectadas en alumnos que cursan primer año de las carreras de Profesorados de Matemática y de EGB1 y EGB2 en la UNLP-Universidad Nacional de la Pampa-, en el aprendizaje de los procesos de argumentación, justificación o fundamentación de conceptos presentes en la solución de algunas situaciones problemáticas. Deciden analizar si estos alumnos utilizan y de qué manera, la demostración como proceso de validación de resultados o proposiciones. La validación juega un papel importante en la matemática y en ella están implícitos los procesos de explicación, prueba y demostración. Un aspecto que se da en esta investigación, y que se considera en nuestro estudio, es a partir de las actividades propuestas, resolver problemas como estrategia analizando el sentido de los procesos de pruebas que se utilizan y como logran llegar a la convicción de la validez del resultado. Nuestro estudio adhiere al marco teórico de referencia utilizado en este trabajo de N. Balacheff, quien llevó a cabo una investigación con el objeto de “descubrir y tener en cuenta la racionalidad que los alumnos tienen inicialmente, saber cómo funciona y cómo puede evolucionar, porque a partir de esta racionalidad, en pro o en contra de ella, los alumnos construirán el sentido de la demostración” Balacheff, 2000. Se considera de esta investigación la experimentación con el modelo construido, no sólo es un proceso cómodo para los alumnos cuando varía puntos esenciales de su gráfica, sino, además para observar las relaciones existentes entre los objetos construidos a partir de otros iniciales los cuales no siempre se mantienen.

Para nuestra investigación, la búsqueda experimental de relaciones es una tarea importante para que el aprendizaje del alumno tenga sentido y creatividad. Para Pólya (1966), citado por Parodi et al., (2009) "enseñar es dar la oportunidad a los estudiantes de descubrir por sí mismos ", es decir, que tengan una importante cantidad de observaciones para luego seguir los pasos que propone Pólya: "primero conjetura, después demuestra". En este proceso cuando se proponen soluciones racionales se deja lugar a la libertad de elección, a la duda y la discusión. La interacción social requiere el común acuerdo de los participantes o integrantes. Los autores manifiestan en la investigación, un aspecto del que adherimos, que uno de los peligros es legitimar ese común acuerdo consiguiéndolo "a toda costa", de manera tal, que la condición necesaria para construir el sentido de la demostración, pueda transformarse en condición suficiente, dejando de lado el trabajo de encontrar la mejor prueba posible. Es en este momento, donde se considera necesaria la intervención del docente, reformulando el problema, de tal manera que les permita formalizar, aún más, la resolución.

Por otro lado, se considera para nuestra investigación, lo expresado por Ferreira y Castro, (2010) en el trabajo de investigación relativa a GeoGebra como punto de partida de un proceso de validación, que partir del hacer matemático basado en la exploración interactiva o dinámica de una situación problemática, esta permite identificar regularidades, definir parámetros, visualizar propiedades, imponer condiciones y seleccionar tareas con el fin de producir una conjetura, un enunciado para luego probarlo. Los aspectos importantes de los procesos de validación, es decir, producir una explicación para asegurar la validez de una proposición, son la generalización y formulación de conjeturas. Introducir la demostración, a través de problemas geométricos con el auxilio de recursos tecnológicos, ayuda al estudiante, a partir de las pruebas pragmáticas basadas en la observación, a alcanzar las pruebas intelectuales basadas en el rigor científico. La interacción social motiva a producir conjeturas y a demostrarlas. La argumentación resulta fundamental en la construcción del conocimiento en su naturaleza discursiva. Parafraseando a Duval, (1999) citado por Ferreira y Castro, (2010) existe un reconocimiento de la importancia de la lengua natural, la comunicación, las interacciones sociales, la prueba y la convicción para confrontar puntos de vista para lograr la apropiación del conocimiento. Según Balacheff, (2000) (citado por Ferreira y Castro, Ibíd) el razonamiento, es una actividad intelectual en el proceso de validación, que manipula información adquirida o dada para producir nueva información y no siempre es explícita.

Según la investigación de Iranzo y Fortuny, (2009), el software GeoGebra utilizado conjuntamente con lápiz y papel, estrategia que se pone en práctica en nuestro estudio, permite la adquisición de competencias del alumnado. Estos autores analizan el comportamiento de un grupo de estudiantes de primer año de Bachillerato Tecnológico en la resolución de problemas en curso de Geometría Analítica, de cómo repercuten las concepciones de los alumnos en las técnicas que utilizan en estrategias de resolución de problemas. Esto es, a través del análisis de los grados de adquisición de los procesos de instrumentación e instrumentalización, según el marco teórico de Rabardel (2001) en que se enmarca la investigación, las estrategias de resolución en ambos medios (software – papel) y las interacciones en el aula. El proceso de transformación de un artefacto en un instrumento, es decir, la conjunción artefacto y habilidades cognitivas para construirlo se llama génesis instrumental. El alumno construye esquemas mentales, asimilando esquemas existentes o produciendo nuevos esquemas para llevar a cabo la actividad existente.

Según White, (2008), citado por Iranzo y Fortuny, (2009) en que hace referencia, las características del software influyen en las estrategias de resolución como en las concepciones del estudiante, eso se entiende como proceso de instrumentación. Por otro lado, cada estudiante de acuerdo a sus concepciones, formas de trabajar, conocimientos puestos en juego y actividades o problemas internaliza el uso del artefacto, eso se entiende como proceso de instrumentalización. También es importante tomar como referencia de la investigación, cuando las autoras realizan el análisis de producciones de los alumnos, la utilización de los términos figura y dibujo, útil para describir la forma en que los mismos interpretan las representaciones realizadas en la pantalla de la computadora.(Laborde y Capponi, 1994 citado por Iranzo y Fortuny, 2009).Por ejemplo, si un alumno construye una figura, tal como rectángulo, basándose únicamente en elementos de medida, las propiedades del objeto construido no se mantienen al desplazar uno de los vértices. Este objeto se considera como un dibujo y no mantiene las propiedades geométricas de la figura. Para construir un objeto que mantenga las propiedades geométricas, el alumno debe conocer las herramientas de construcción, como ser, por ejemplo construcción de rectas perpendiculares, construcción de segmentos de la misma longitud utilizando circunferencias, etc. Para eso debe conocer las propiedades geométricas del objeto. Vale decir, requiere de parte del estudiante de conocimiento del software y conocimiento matemático (Hollebrands, 2007 citado por Iranzo y Fortuny, 2009).

El uso conjunto del GeoGebra y lápiz y papel, según Iranzo y Fortuny, (2009), favorece el pensamiento estratégico de resolución en ambos medios y las interacciones entre los estudiantes involucrados, como así también, la visualización y adquisición de conocimiento.

De este estudio, se tiene en cuenta, que el uso del GeoGebra conjuntamente con el lápiz y papel favorece múltiples representaciones de conceptos geométricos, utilizan herramientas algebraicas y de medidas, ayuda a evitar obstáculos algebraicos permitiendo centrarse en los conceptos geométricos así como a resolver los problemas de otra forma. El software GeoGebra facilita un soporte visual, algebraico y conceptual a la mayoría de los estudiantes. Pero es necesario decir que, la influencia del uso de GeoGebra depende de los alumnos y de los problemas propuestos. Los alumnos desarrollan una gran variedad de estrategias de resolución, asociadas con distintos usos de GeoGebra, y estas diferencias tiene que ver con efectos en el proceso de génesis instrumental, tales como el tipo de recursos que favorecen, conocimientos puestos en juego, intervenciones del profesor y modelos de validación que se privilegian.

De esta investigación se toma nuevamente, como aspecto importante para nuestro estudio el papel del profesor, lo que, en la teoría de la instrumentación, se conoce como orquestación. La orquestación es necesaria para favorecer y guiar el proceso de génesis instrumental del software, como otra función influyente en el aprendizaje de los estudiantes.

Se considera en nuestro estudio, que otro aspecto importante, a diferencia de lo trabajado en las investigaciones nombradas, como estrategia que favorece el razonamiento, en los procesos de instrumentación e instrumentalización es la elaboración de preguntas por parte de los estudiantes. Se evalúan diferencias, que se detectan entre, sin el uso del artefacto y con el uso del mismo, en este caso el GeoGebra: ¿Qué rol juegan las preguntas que surgen espontáneamente? ¿Qué diferencias podemos encontrar entre las preguntas que realizan los estudiantes y las del profesor? ¿En qué medida aportan al trabajo exploratorio, al uso y evolución de las técnicas y la explicación? ¿Cómo juega el rol del profesor ante las preguntas del estudiante?

2.1.b) El uso del software GeoGebra para favorecer el pensamiento estratégico en la actividad matemática: formular, validar y argumentar conjeturas

Los autores de investigaciones vinculadas al trabajo conjetural con GeoGebra (Parodi et al., 2009) y GeoGebra como punto de partida del proceso de validación (Ferreira y Castro, 2010) coinciden que la validación juega un papel importante en la actividad Matemática, luego de formular conjeturas. En la misma, están implícitos los procesos de explicación, prueba y demostración, estos aspectos analizados se consideran en nuestro estudio. Demostrar implica razonamiento siguiendo una estructura formal de acuerdo a ciertas reglas establecidas. Es un tipo particular de prueba caracterizada por basarse en un conjunto de conocimientos institucionalizado, un conjunto de definiciones, de teoremas y de reglas de deducción, cuya validez es aceptada socialmente.

Probar implica una explicación que da sustento válido a una proposición y que convence a una comunidad determinada para obtener su aceptación. La base de la explicación es esencialmente la lengua natural. En el momento en que el discurso explicativo es aceptado por la comunidad, la explicación se transforma en prueba.

Según Balacheff (2000, p.13), “Razonamiento es la actividad intelectual no completamente explícita que manipula la información dada o adquirida para producir una nueva información.” Cuando el razonamiento empleado tiene un carácter social, en el cual los medios utilizados son abiertos y el principal objetivo es obtener la adhesión de un compañero, vale decir convencerlo, esta actividad se denomina argumentación.

En el aula de Matemática, se utiliza esa interacción social como motivación para promover la formulación de conjeturas y su posterior demostración.

El proceso de validación implica un razonamiento que tiene por objetivo asegurar la validez de una proposición y producir una explicación o prueba o demostración.

Balacheff clasifica las pruebas en dos grandes grupos, pragmáticas e intelectuales. Las primeras basadas en la observación, no permiten establecer la validez de una conjetura pues está sustentada con la representación de situaciones en la que se aplique la hipótesis. En cambio las segundas son efectivamente, una prueba, implicadas en el rigor científico, puesto que se basan en un análisis de las propiedades de los objetos en juego. Estas propiedades no deben ser cumplidas por medio de sus representantes o casos particulares, sino formuladas en su generalidad (N. Balacheff, 2000, p.73).

El software GeoGebra se nos presenta como un recurso informático para la enseñanza de la matemática en el nivel medio fundamentalmente, a que es aceptado su entorno como cercano, cómodo y manejable. La experimentación con este software permite observar relaciones no sólo cuando se varían algunos puntos esenciales de su gráfica, sino entre objetos, construidos a partir de otros iniciales, los cuales no siempre se mantienen. Eso facilita confrontar diferentes resultados y conjeturar al respecto a partir de las variantes que se pueden proponer con el método gráfico. El software se muestra como una herramienta que puede resultar provechosa en la formulación de hipótesis e incluso el análisis cuidadoso del problema que realice el estudiante, lo puede conducir a iniciar una prueba formal.

A partir de la exploración dinámica de una situación problemática, es posible identificar regularidades, definir parámetros, imponer condiciones y seleccionar tareas con el fin de producir una conjetura, un enunciado y finalmente probarlo.

Sabemos que la generalización y la producción de conjeturas son parte fundamental del proceso de validación y contar con un software como GeoGebra es evidente su utilidad para facilitar la visualización de propiedades y resultados y la posterior formulación de un enunciado; puede ayudar al estudiante en la ruptura entre las pruebas pragmáticas y las pruebas intelectuales.

Estimula la argumentación como una actividad de naturaleza discursiva que resulta fundamental en la construcción del conocimiento, ya que incentiva en los estudiantes un proceso de revisión de sus puntos de vistas para lograr una nueva perspectiva o mirada del problema en cuestión.

Duval, (1999), citado por Ferreira y Castro,(2010), señala que "… la argumentación se sitúa en el punto de convergencia de un doble reconocimiento. El reconocimiento del papel importante de la comunicación y de las interacciones sociales en la adquisición de conocimientos, lo que conduce ipso facto a reconocer la importancia de la lengua natural. Y el reconocimiento del vínculo estrecho entre la prueba y la convicción, lo que conduce igualmente a privilegiar la comunicación para favorecer la confrontación de puntos de vistas."

Para favorecer la confrontación de ideas y el hábito de construir argumentaciones como paso previo a la demostración matemática, será necesario organizar el trabajo en el aula, pensando cada actividad y optimizando el uso de recursos didácticos en pos del logro de tales competencias. Se considera recurso didáctico a todo aquel material (textos impresos, pizarras, audiovisuales, etc.) que interviene en el proceso de enseñanza y aprendizaje y contribuye a elevar la calidad de la educación.

En nuestro estudio se considera el uso de las herramientas que ofrece el software GeoGebra, complementando el trabajo habitual de lápiz y papel que se viene desarrollando en el aula, en relación a la enseñanza-aprendizaje de las funciones de proporcionalidad. Para potenciar los diferentes momentos de la actividad matemática durante el desarrollo de la clase, se tienen como referentes, diferentes interrogantes para el análisis, entre ellos ¿Qué métodos o técnicas o procesos de pensamiento o solución pone en juego este nuevo artefacto tecnológico? ¿De qué manera el estudiante logra comprender y relacionar conceptos involucrados en la tarea? ¿Qué nuevos interrogantes surgen en la clase? ¿De qué manera estos interrogantes aportan a construir y evolucionar en las ideas y/o razonamientos? ¿Qué conocimientos se ponen en juego para probar y cuáles se logran explicitar?

2.2) Teoría de la investigación en Didáctica de la Matemática:

La Ingeniería Didáctica como metodología de investigación en Didáctica de la Matemática y el uso de GeoGebra en la enseñanza de las funciones de proporcionalidad.

La investigación utiliza como metodología la Ingeniería Didáctica, (Artigue et al., 2005), es decir, sobre la concepción, realización, experimentación, observación y análisis de secuencias de enseñanza a priori y posteriori considerando la complejidad de los fenómenos de clase. Las secuencias se basan en modelizaciones, que a través de las Teorías de las Situaciones Didácticas de Brousseau, (1997) (citado por Bosch et al.,2006) permite preguntarse sobre el sentido de los saberes puestos en juegos, es decir, tener en cuenta la coherencia y funcionalidad de los mismos en determinados procesos en el mismo tipo de situaciones.

Se tiene en cuenta que plantear desafíos a los estudiantes supone proponerles situaciones que signifiquen pensar, explorar, poner en juego conocimientos que tienen, facilitar el análisis, dar lugar a abrir interrogantes que les permitan probar si son útiles para la tarea a realizar y avanzar en nuevos conocimientos. Se considera, primeramente, la visión de los modos en que circula el conocimiento dentro de las clases, de modo que los jóvenes se involucren en el trabajo de aprender, (Sadovsky, 2005).

Se promueve el uso de Tecnología en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, puesto que genera la posibilidad de manejar en forma dinámica los objetos matemáticos, en múltiples registros de representación dentro de esquemas interactivos en los que se pueden manipular directamente los mismos y explorarlos, siendo mucho más complicado con los medios tradicionales, como ser lápiz y papel.

Se promueve un rol del profesor, centrado en la producción de conocimiento, en que su vínculo con el estudiante se ubique en una posición de intercambio valorando su producción y sus ideas más allá que estas sean imprecisas, provisorias, erróneas o pertinentes. Las intervenciones del docente en relación con las producciones del estudiante deben ser aportes que alimenten sus ideas, las modifiquen y ayuden a elaborar nuevas relaciones, considerando al estudiante como un ser autónomo capaz de resolver, discutir, escuchar, revisar, ensayar, explorar, acordar, rechazar, aceptar, criticar más allá de una calificación. (Sadovsky, 2005).

Se consideran preguntas que relacionan al fenómeno didáctico con la incorporación del uso de un nuevo artefacto como lo es el GeoGebra:

¿Qué métodos o técnicas o procesos de pensamiento o solución pone en juego este nuevo artefacto tecnológico?

¿Qué permite manipular y representar de los objetos de aprendizaje a diferencia de los tradicionales, fundamentalmente aquellos que son problemáticos?

¿Qué nuevos objetos a aprender se introduce con esta tecnología o recurso digital?

Hacer observaciones para registrar, se refiere, mirar lo real, a describir e interpretar significados, a hacer investigación crítica, es decir, explorar lo que no está allí y lo que no es dado. La investigación crítica indaga alternativas que se puedan confrontar con lo que podría ser considerado como algo dado y con lo que podría ser. Abrir y explorar posibilidades significa investigar con alguien. Hacer una crítica significa que “algo podría ser diferente”. Por lo tanto, hacer investigación crítica significa analizar y especificar por qué y cómo “algo podría ser diferente” (Skovsmose y Borba, 2004).

Es importante complementar, también, con la investigación narrativa biográfica, puesto que, permite dar cuenta, a través de los relatos, del desarrollo profesional e institucional y acontecimientos de vida profesional vinculados con la formación inicial, prácticas y estilos de enseñanza, incidencias y percepciones de la historia escolar, concepciones de enseñanza, incidencia de reformas curriculares, formas de evaluación, actividades de perfeccionamientos, toma de decisiones, de manera tal, de detectar aspectos problemáticos para considerarlos a la hora de analizar la forma de orientar los proyectos de transformación (Bolívar y Fernández, 2001).

2.2.a) Aportes de la teoría de La transposición didáctica.

En nuestra investigación se considera el papel que juega el uso del software GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad. El concepto de “transposición didáctica” según Chevallard, supone que el profesor debe ser capaz de convertir un saber matemático en un saber enseñable. Habitualmente la tendencia es considerar que las adaptaciones escolares de una obra matemática son imitaciones más o menos fieles de esta y, por lo tanto, no se toman en consideración los complejos procesos de transposición didáctica (Chevallard, 1998).

El conocimiento con que un estudiante llega a la clase depende de su experiencia matemática previa y modos personales del aproximarse a los problemas. El profesor sólo puede organizar entornos ricos de aprendizaje y facilitar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes ofreciéndole actividades desafiantes, promoviendo la construcción por parte de los mismos, de sus propios modelos mentales, explorando las propiedades de estos modelos, comprobando el rango de su aplicación y su validez en nuevas situaciones.

Brousseau, también argumentó que hay una necesidad de diseñar y organizar actividades desafiantes, afirmó que el conocimiento puede, e incluso debe, ser planificado (Chavarría, 2006).

En algunos casos resulta complejo desarrollar con los alumnos determinados conceptos; sin embargo existen software matemáticos, un ejemplo particular es el que se tiene en cuenta para esta investigación, el GeoGebra, que permite crear modelos o simuladores y así, apreciar el sentido de estos conceptos con el movimiento del cursor. El docente cuenta, entonces, con valiosas herramientas que le permiten realizar una transposición didáctica no solo novedosa sino también efectiva.

Que el estudiante se apropie en forma significativa del saber implica que éste ha de ser presentado en contextos que le otorguen sentido. Los estudiantes de hoy, generalmente poseen un abanico de habilidades informáticas que se constituyen en saberes o esquemas previos sobre los cuales podemos gestar otros nuevos y diferentes durante las clases de matemática.

También interesa que el estudiante se apropie de manera constructiva, y en interacción con sus pares, del saber matemático. Esto implica que el docente debe situarlo en una posición en el cual el estudiante deba ensayar, probar, investigar, elaborar hipótesis, confrontar con sus pares, discutir, etcétera. Al igual que otros recursos, tales como el pizarrón, las láminas o la televisión, el uso de la computadora, enmarcado en una propuesta pedagógica actual, puede lograr que quien aprende construya su propio saber interactuando con sus compañeros.

La responsabilidad del docente, juega un papel importante, en el diseño tanto de oportunidades de aprendizaje como en generar un entorno propicio en el aula de manera que el uso de la herramienta tecnológica por parte de los estudiantes facilite el aprender y comunicar, haciendo eje en la actividad matemática de modelización, viendo el papel de las técnicas y de las formas de representación. Eso ofrece la posibilidad de actuar sobre una porción de la realidad a través de un aparato teórico, permite apreciar el valor y la potencia del conocimiento. Este aspecto es fundamental, el sentido formativo que es necesario no perder de vista. La idea de modelización conlleva la idea de producción de conocimiento.

La Matemática avanza mediante el resolver problemas pero para eso se necesita contornear condiciones para recuperar para el aula el papel productor que tienen los problemas, tal como la fertilidad didáctica, de tener en el horizonte la noción de modelización para describir la actividad matemática.

Para que los alumnos puedan modelizar se necesita que disponga de ciertas herramientas y es necesario considerar que para que construya esas herramientas tiene que modelizar. Efectivamente, un matemático trabaja siempre en alguna teoría, en algún marco y produce y resuelve problemas que le generan nuevos problemas. Además, de resolver problemas, el matemático generaliza, descontextualiza, reorganiza…(Brousseau, 1997, citado por Chavarría, 2006)

Desde el punto de vista didáctico, es importante, el trabajo de modelización en la clase, como vía para que los estudiantes tengan una experiencia de producción de conocimiento, en el marco de un cierto dominio matemático (geometría métrica, proporcionalidad, funciones, álgebra lineal, etc.), experiencia que permite además enriquecer la conceptualización teórica en dicho dominio.

Esto exige examinar cada dominio o teoría matemática que es objeto de enseñanza, considerando los problemas que los conceptos de dicho dominio permiten abordar, las propiedades que relacionan los conceptos y que se traducen normalmente en estrategias de resolución, como así también, las formas de representación que se prestigian. Este examen debe ayudar a construir un proyecto de enseñanza en el que se considere, de qué manera van a “ingresar” en la esfera de trabajo del alumno, cada uno de los aspectos que constituyen la organización teórica que se quiere enseñar y cómo –con qué herramientas del alumno- se van a validar los teoremas y propiedades correspondientes.

El análisis de las condiciones para fundamentar, al nivel de los conocimientos de los alumnos, las propiedades que se estudian vinculadas a cierta temática, requiere a veces de una reconstrucción por parte del profesor que lo sitúa en un verdadero trabajo de producción matemática. Es importante tener en cuenta ¿Qué problemas son potentes para que los alumnos estudien y comprendan el funcionamiento de las cuestiones involucradas, en tal teoría, apoyados por el software?¿Cuáles son las propiedades imprescindibles?, ¿Se van a demostrar todas?, ¿Cómo se decide cuáles se demuestran y cuáles solamente se enuncian?, ¿Con qué estrategias podrán abordar los alumnos los problemas que se propondrán?¿Qué grado de explicitación admiten dichas estrategias?, ¿Es posible identificar un conjunto de técnicas que permitan resolver estos problemas?¿Qué aspectos quedan a cargo del alumno y pueden ser reconstruido por él y qué aspectos es necesario explicar para que puedan trabajar en el dominio teórico que se está tratando? ¿Es posible comparar el funcionamiento de este tema con el de otros que los alumnos han estudiado? ¿Es fértil dicha comparación? Estos interrogantes ofrecen un marco para pensar la enseñanza y ponen en evidencia la cantidad de decisiones didácticas a la tarea de enseñar matemática que el docente debe enfrentar.

2.2.b) Aportes vinculados a la enseñanza de las funciones de proporcionalidad.

Se considera que en la enseñanza de la Matemática es muy importante la representación de un concepto matemático en diferentes marcos y registros (por ejemplo, aritmético, algebraico y gráfico). La propuesta en la investigación, consiste en el diseño, implementación y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso, como herramienta tecnológica, del software GeoGebra, porque permite pasar de uno a otro de estos registros de representación, contribuyendo de esa manera a una comprensión más dinámica y estable de los conceptos; Por ejemplo, podemos analizar la relación de correspondencia entre dos cantidades, correspondiente a una o dos magnitudes, representar gráficamente luego de la representación tabular de valores. Analizar cómo se relacionan las cantidades, en forma simultánea, comparando el gráfico con la tabulación de valores, teniendo en cuenta las propiedades de las proporcionalidades directa e inversa. El alumno visualiza como funciona en cada registro de representación las relaciones y propiedades. Este proceso es importante para el estudiante porque le sirve de apoyo para encontrar una fórmula o generalización que vincule algebraicamente la relación funcional entre las variables que, a su vez, describa o representa el comportamiento de alguna situación planteada como problema.

La actividad investigativa pretende partir de la descripción y caracterización de la enseñanza y el aprendizaje de la función de Proporcionalidad, en el noveno año del tercer ciclo de la EGB, tal como se viene trabajando institucionalmente. Luego, en forma gradual y reflexiva, utilizar el GeoGebra como nuevo recurso tecnológico y como medio que apoya el desarrollo de las actividades o tareas en el aula.

El objetivo primordial de este trabajo de investigación es comprender y explicar los procesos didácticos desarrollados en torno a la Proporcionalidad en el nivel citado, a través de la tarea del profesor, en particular los instrumentos que utiliza para conducir y gestionar los mismos.

Para eso se utiliza como marco teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Yves Chevallard, (1999) que se enmarca en el Enfoque Epistemológico en Didáctica de las Matemáticas, iniciado por Guy Brousseau en la década de los 70. Este enfoque se construye a partir de la Teoría de las Situaciones de Guy Brousseau, y de los aportes relativos a la Transposición didáctica de Yves Chevallard, de la reproductibilidad de situaciones de Michélle Artigue, la Teoría Herramienta-Objeto de Régine Douady.

Esta teoría plantea que para abordar científicamente los fenómenos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se deben tener en cuenta en forma conjunta los fenómenos de transposición didáctica y los fenómenos relativos a la producción, utilización y difusión de las matemáticas.

La Organización o Praxeología matemática, es la herramienta que se utiliza para analizar el conocimiento matemático, está compuesta por cuatro categorías de elementos: tipos de tareas -situaciones- (problemas, ejercicios, juegos, demostraciones), técnicas matemáticas (esquemas que el alumno pone en juego, conceptos, relaciones, propiedades y teoremas en acción, reglas, razonamientos e inferencias, representaciones lingüísticas -verbales y simbólicas- y figurativas) elementos tecnológicos y teóricos (axiomas-argumentos – explicaciones). Esta modelización hace referencia a una estructura de la actividad matemática. Esta estructura contempla un aspecto funcional de la actividad matemática en distintos momentos o dimensiones tales como el primer encuentro, exploratorio, del trabajo de la técnica, tecnológico teórico (situación de: acción-formulación-validación), de la institucionalización y de la evaluación. Estos aspectos pueden aparecer más de una vez y coexistir inclusive (Chevallard, 1999).

La idea consiste en un análisis a priori en relación al contenido matemático de planes de estudios, programas y/o proyectos (dimensión curricular) y en el aula en torno a la proporcionalidad en el noveno año del tercer ciclo de la EGB. En ese análisis se busca identificar en cada organización matemática los tipos de elementos que la componen tales como tareas, técnicas, tecnologías y teorías, analizando los roles o funciones que desempeñan estos elementos dentro de la Organización Matemática y los momentos en que aparecen. También, es importante analizar y/o describir estos elementos, para analizar cómo se relacionan o se articulan entre ellos, tanto en el diseño como en el momento de la ejecución en el aula.

Para analizar, se tiene en cuenta estas preguntas orientadoras, en torno a:

-Los objetivos y contenidos: ¿Cuáles son los objetivos de un curso en torno a proporcionalidad? ¿Cuál es su papel en el currículo de Matemáticas? ¿Cuáles son las relaciones entre los aspectos conceptuales y los aspectos técnicos de los contenidos del curso?

-Dificultades de enseñanza aprendizaje: ¿Cuáles son las dificultades recurrentes en torno a la proporcionalidad? ¿Cuáles son las razones de las mismas?

-Concepciones de la Proporcionalidad y su enseñanza que subyacen en las distintas situaciones: ¿Qué problemas surgen a la hora de implementar secuencias de enseñanza? ¿Cuáles han sido los resultados? ¿Están de acuerdo los resultados obtenidos con los resultados esperados? ¿Es posible explicar las divergencias entre los resultados esperados y los conseguidos?

Por otro lado, en la tesis de Pilar Bolea, (2002), (citada por Ruiz et al., 2010), se tiene en cuenta, algunas de las características principales de la interpretación que hace Gascón en sus trabajos (1993,1993-94 y 1999) en el ámbito de la Teoría Antropológica de lo Didáctico; Por ejemplo, en los que se ha analizado el fenómeno de la aritmetización del álgebra escolar, quien muestra que dicho fenómeno responde a la interpretación dominante en la institución escolar del álgebra elemental como aritmética generalizada:

a) El álgebra escolar se construye en un contexto numérico, a modo de generalización de los cálculos con números y de la traducción de expresiones numérico- verbales.

b) Las expresiones algebraicas nacen de la necesidad de representar y manipular números desconocidos.

c) En la escritura y manipulación de expresiones algebraicas, es muy importante distinguir entre los datos conocidos y las incógnitas.

d) Las tareas más importantes en álgebra escolar son la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico; el cálculo algebraico (interpretado como la manipulación formal de las reglas aritméticas con letras y números) y la resolución de ecuaciones.

Siguiendo a Bolea et al., (2001), -citada por Ruiz et al., (2010)- el álgebra debe interpretarse como un instrumento genérico de modelización de praxeologías u Organizaciones Matemáticas. El álgebra escolar debe utilizarse para plantear y abordar cuestiones tecnológicas relativas a las características de sus técnicas matemáticas (descripción, generalización y justificación, economía, dominio de validez, etc.), a la estructura y organización de los tipos de problemas, al estudio del problema de la existencia y unicidad de sus soluciones y a la estructura del conjunto de las soluciones de los mismos.

Para eso se piensa: ¿Qué Organización Matemática se puede tomar como sistema inicial a modelizar? ¿Qué ampliaciones progresivas de la Organización Matemática se puede efectuar en este proceso de modelización? ¿Qué cuestiones problemáticas pueden guiar el proceso de estudio? ¿Qué dispositivos didácticos se requerirán para llevar a cabo este proceso?

Este trabajo pretende tratar el problema didáctico de iniciar a los alumnos del noveno año del tercer ciclo de la EGB en el uso funcional del instrumento algebraico utilizando como variante el GeoGebra como recurso didáctico digital en la enseñanza de las funciones de proporcionalidad.

Se toma como referencia en esta investigación, la modelización realizada en términos de la TAD en torno a la Proporcionalidad realizada por Bosch, (1994) y extendida por García, (2005) -citado por García Francisco Javier, (2007)-. Es decir, se considera cómo se relacionan las matemáticas de modelización clásica -regla de tres simple, reducción a la unidad- pasando por una organización matemática de modelización algebraica –obtener el valor de la constante de proporcionalidad ya se directa o inversa- a una organización matemática de modelización funcional -función lineal y función hiperbólica-.

2.2.c) Aportes relacionados con la Teoría de las situaciones didácticas.

La investigación se enmarca en el marco teórico de la Ingeniería didáctica. Según Artigue, la expresión “ingeniería didáctica” aparece en la didáctica de las matemáticas francesa, al principio de los años `80 como un medio para responder a dos cuestiones fundamentales (Chevallard[1], 1982)-citado por Artigue, (2002)-:

¿Cómo considerar la complejidad de la clase en las metodologías de la investigación?

¿Cómo pensar las relaciones entre investigación y acción sobre el sistema de enseñanza?

La investigación en didáctica de las matemáticas se basa en el reconocimiento de la necesidad del desarrollo de marcos teóricos propios (Artigue et al., 1992), el de la teoría de los campos conceptuales desarrollado por G. Vergnaud[2] y el de la teoría de las situaciones didácticas desarrollado por G. Brousseau[3]. El objeto central de esta última es la situación por medio de la cual se organizan las relaciones entre los tres vértices del triángulo didáctico: docente, alumno y saber.

Comprender el concepto de ingeniería didáctica significa comprender en primer lugar a ese concepto en sus relaciones con la teoría de las situaciones didácticas.

Brousseau establece que:

> “La didáctica de la matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la matemática.
>
> Los resultados, de este dominio, son cada vez más numerosos; tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también los tipos de

---

[1] Chevallard, Yves: profesor en el Instituto Universitario de Formación de Profesores (IUFM) y de Investigación Matemática en la Universidad de Aix Marseille, Francia. Es conocido internacionalmente por su teoría de la transposición didáctica y últimamente por el fértil desarrollo de la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD).

[2] Vergnaud, Gerard: autor de la teoría de los campos conceptuales, cuyas nociones ejes son: campo conceptual, esquema y competencia.

[3] Brousseau, Guy: doctor en Ciencias, Profesor de Didáctica de la Matemática en Bordeaux, Francia. Autor de la conocida Teoría de las Situaciones Didácticas y de numerosos conceptos didácticos teóricos.

situaciones empleados para enseñarles y sobre todo los fenómenos que genera la comunicación del saber. La producción o mejoramiento de los instrumentos de enseñanza encuentra aquí un apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión y de análisis, sugerencias y aún dispositivos y métodos."

Como síntesis de los principales conceptos ligados a esta línea de investigación, en palabras del propio Brousseau

> " (...) la teoría de situaciones estudia: la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. Para los profesores como para los alumnos, la presentación de los resultados de estos trabajos renueva su conocimiento así como la idea que tienen de las matemáticas, y esto incluso si es necesario desarrollar todo un vocabulario nuevo para vincular las condiciones en las que emergen y se enseñan las nociones matemáticas básicas, con la expresión de dichas nociones en la cultura matemática clásica."

Chevallard describe el sistema didáctico en sentido estricto, como formado esencialmente por tres subsistemas: profesor, alumno y saber enseñado. Un aporte de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) al estudio de los procesos de aprendizaje de las matemáticas en el contexto escolar es la inclusión, en el clásico triángulo didáctico "profesor, alumno, saber", de un cuarto elemento: el medio (Artigue, 2002).

Según Brousseau, (1998) citado por Artigue, (2002) La teoría de las situaciones didácticas, se encuentra inspirada en la epistemología constructivista piagetiana: el aprendizaje resulta de procesos de adaptación, en el sentido biológico del término, desarrollados frente a situaciones problemáticas. En este sentido, podremos calificarla de teoría constructivista. Sin embargo, la teoría de las situaciones no es una teoría cognitiva. Su objeto central es la situación didáctica, un objeto que modeliza el conjunto complejo de las interacciones que se entretejen en una situación de enseñanza entre docente, alumnos y saber. Estas relaciones condicionan y dan forma a los procesos de adaptación que los alumnos pueden desarrollar en un contexto determinado y, en consecuencia, a los conocimientos matemáticos que son susceptibles de ser construidos allí. La teoría da cuenta del conjunto de estas interacciones y fenómenos que ellas inducen. Comprender el sentido de la situación nos permite interpretar cognitivamente los comportamientos de los alumnos observados.

En realidad, en la teoría de las situaciones didácticas, las interacciones didácticas son modelizadas al menos en dos niveles, el nivel a-didáctico y el nivel didáctico. En el nivel a-didáctico, el análisis a priori de las interacciones se centra en las interacciones potenciales alumno, medio y saberes matemáticos. Un objeto central en este nivel es la noción de "medio". Del medio forman parte los objetos materiales o simbólicos mediante los cuales se va a organizar la interacción con el saber; por supuesto, otros alumnos pueden formar parte del medio.

El medio *(*milieu) se define como el objeto de la interacción de los alumnos: es la tarea específica que deben llevar a cabo, y las condiciones en que deben realizarla, es decir, el ejercicio, el problema, el juego, incluyendo los materiales, lápiz y papel, software u otros. En una acepción un poco más amplia, el medio al que el alumno se enfrenta incluye también las acciones del docente, la consigna que da, las restricciones que pone, las informaciones y las ayudas que proporciona, y podríamos agregar, las expectativas que tiene sobre la acción de los alumnos y que mediante mecanismos diversos, transmite. Es decir, es el subsistema sobre el cual actúa el alumno (materiales, juegos, situaciones didácticas, etc.)

El análisis a-didáctico de las interacciones tiene por objetivo dar cuenta, habida cuenta de las características de una tarea problemática propuesta a los alumnos y del medio asociado a la resolución de esta tarea, de las posibilidades de acción (considerando este término en un sentido amplio) de los alumnos, de las retroacciones y de los medios de control, de validación que les ofrece la interacción con el medio. Este estudio debe permitir dar sentido a los comportamientos observados (es decir, los modos de actuar, decir, explicar, argumentar, expresar, escribir, escuchar, etc. del alumno) y, en particular, asegurar que los comportamientos esperados, si se producen, puedan ser legítimamente interpretados como signos de la construcción de los conocimientos a los que se apunta.

La teoría de las situaciones ha desarrollado entonces un segundo nivel de análisis: el nivel didáctico. Este nivel tiene por ambición tomar en cuenta en la modelización algunas limitaciones del modelo a-didáctico, considerando al alumno como un actor institucional cuyos procesos de adaptación están condicionados por la tarea matemática y las interacciones posibles con el medio, pero también por el conocimiento de las normas institucionales que condicionan sus relaciones con el docente y el saber. La noción central en este nivel es la de “contrato didáctico” que designa las expectativas generalmente implícitas que tienen respectivamente uno en relación con el otro, el alumno y el docente, en lo que concierne al saber matemático. En este nivel didáctico, el comportamiento del docente es un elemento esencial en el análisis de las interacciones en el seno del sistema.

Los procesos de adaptación de los alumnos son, la mayoría de las veces, una combinación sutil de procesos a-didácticos y didácticos pero uno de los principios fundamentales de la teoría es que un cierto nivel de a-didacticidad es necesario para los aprendizajes matemáticos. Es esencial comprender la sutileza de los juegos que existen entre adaptaciones a-didácticas y didácticas, y en consecuencia de las relaciones entre los dos niveles de modelización, si queremos comprender lo que se aprende en una situación dada o intentar controlar, por la elección de las variables de comando de la situación, lo que allí puede ser aprendido. Queda claro que cuando, apoyándose en esta teoría, se intenta construir situaciones que optimicen las interacciones, se busca hallar un equilibrio satisfactorio entre esos dos tipos de adaptación y, en particular, asegurarse de que el alumno no pueda tener éxito jugando solamente sobre el contrato didáctico.

Según Artigue, (1995) como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se diferencia, en primer lugar, de los métodos experimentales entonces usuales en educación por su modo de validación. Este modo de validación es interno y basado en la confrontación entre un análisis a priori en el cual se encuentran comprometidas un cierto número de hipótesis y un análisis a posteriori que se apoya en los datos surgidos de la realización efectiva. Sus lazos con la teoría de las situaciones didácticas se expresan especialmente en la concepción y el análisis a priori de la ingeniería. Las elecciones que presiden a la concepción, tanto en el ámbito del conjunto del proyecto como en el ámbito de cada una de las situaciones, son explicitadas haciendo aparecer las variables didácticas sobre las cuales se ha intervenido, los medios que estas elecciones determinan, buscando anticipar las interacciones posibles de alumnos genéricos con estos medios y sus efectos posibles en términos de construcción de conocimientos, en un funcionamiento en principio supuesto a-didáctico. Se manifiestan también en una estructuración del conjunto de las situaciones, frecuente aunque no sistemático, en relación con las tres dialécticas distinguidas por Brousseau, (2007) para analizar las relaciones del sujeto con el conocimiento matemático: las dialécticas de la acción, de la formulación y de la validación. El papel del docente también es previsto en el análisis, en referencia a los dos procesos antagonistas que, en la teoría de las situaciones didácticas, gobiernan las relaciones entre saberes y conocimientos: el proceso de devolución y el proceso de institucionalización, en los cuales el docente es un actor central.

La cuestión que se plantea entonces al investigador es, en el marco de las condiciones existentes, organizar las mediaciones del docente de manera que, en la resolución del problema planteado, la distribución de las responsabilidades entre docente y estudiantes se vea optimizada, en el sentido de la devolución a los estudiantes de una responsabilidad máxima.

Es decir, debido a la particular característica del conocimiento matemático, que incluye tanto conceptos como sistemas de representación simbólica y procedimientos de desarrollo y validación de nuevas ideas matemáticas, es preciso contemplar varios tipos de situaciones:

- SITUACIONES DE ACCIÓN, sobre el medio, que favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos matemáticos.
- SITUACIONES DE FORMULACIÓN, que favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. En estas suelen diferenciarse las situaciones de comunicación, que son las situaciones de formulación que tienen dimensiones sociales explícitas.
- SITUACIONES DE VALIDACIÓN, requieren de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto explicaciones de las teorías relacionadas, con medios que subyacen en los procesos de demostración.
- SITUACIONES DE INSTITUCIONALIZACIÓN: que tienen por finalidad establecer y dar un status oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase. En particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc., que deben ser retenidas para el trabajo posterior.

El proceso de institucionalización es un proceso de aprendizaje por adaptación, cuando los alumnos logran desarrollar una estrategia que resuelve el problema, el conocimiento que subyace a este no se les revela como un nuevo saber: si pudieron resolver el problema, es, para ellos, porque sabían hacerlo. Los alumnos no tienen la posibilidad de identificar por sí mismos la presencia de un nuevo conocimiento, y menos aún el hecho de que dicho conocimiento corresponde a un saber cultural. Esto requiere de un proceso de institucionalización, que cae bajo la responsabilidad del docente.

Además, se tiene en cuenta como anticipación, en el diseño de cada propuesta o situación didáctica para llevar al aula ¿Qué tipo de obstáculos o errores pueden surgir a la hora de apropiarse de un nuevo conocimiento? ¿A qué se debe? ¿Cuáles son aquellos que tienen una importancia significativa en el aprendizaje del objeto matemático en cuestión? ¿Cómo remediar tales errores?

> "…el error no es sólo efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, como se cree en las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, sus logros, pero que, ahora, se revela falso, o simplemente inadecuado. Los errores de este tipo no son erráticos o imprevisibles, sino que constituyen obstáculos. Tanto en el funcionamiento del maestro como en el del alumno, el error es constitutivo del sentido del conocimiento" (Brousseau. Guy, 2007)

Por supuesto, no todos los errores han de ser considerados de la misma manera en una propuesta didáctica. Aquellos que aparecen en forma repetida, que además son resistentes y cuyo origen excede al propio sujeto que aprende merecen una consideración por parte del docente y un tratamiento especial dentro de la propuesta didáctica. Este tipo de errores, en el campo de investigación en Didáctica de la Matemática, se conocen con el nombre de obstáculos cognitivos.

La noción de obstáculo en Didáctica de la Matemática fue introducida por Brousseau, tal como lo expresa la cita anterior. Según la misma, la noción de obstáculo cognitivo pone el acento en los siguientes aspectos:

- Se trata siempre de un conocimiento y no de una ausencia de conocimiento.
- Este conocimiento permite al alumno producir respuestas correctas en determinados problemas o dominios de problemas.
- Este mismo conocimiento da lugar a respuestas erróneas para otros problemas o dominios de problemas.
- Este tipo de errores no son esporádicos sino persistentes y muy resistentes a la corrección.

Esta concepción sobre los errores de los alumnos permite pensar al obstáculo en estrecha relación con los aprendizajes por adaptación, dado que, son de carácter personalizado, pues son el resultado de la acción misma del alumno, y por esto, se presentan tan resistentes al cambio.

Estos obstáculos, según Brousseau, (2007), pueden ser el resultado de diferentes causas y por eso se los diferencia según su origen en:

Obstáculos ontogenéticos: son aquellos que provienen de las limitaciones del sujeto que aprende o estudiante en un momento dado del desarrollo.

Obstáculos didácticos: son aquellos que parecen depender de las decisiones del docente o del sistema educativo.

Obstáculos epistemológicos: están ligados al conocimiento mismo. Se pueden encontrar en la evolución histórica de los conceptos matemáticos

El docente diseña su propuesta con el objetivo de que sus alumnos piensen como matemáticos y lleguen a comprender y otorgarle sentido a la misma. En este caso, el docente enfrenta al estudiante a un campo de problemas, para cuyo resultado, son insuficientes los conocimientos que posee o bien necesita reordenarlos. La actividad matemática, así entendida, implica no solo la búsqueda de la respuesta correcta, sino más bien, la elaboración de hipótesis, de conjeturas que deberán ser confrontadas con otras (advertir contradicciones en caso de existir) y puestas a consideración en la resolución del problema. En este caso, la responsabilidad matemática de los resultados la tienen los alumnos y el docente mantiene en silencio su punto de vista respecto de las producciones de los mismos, y la da a conocer, recién, cuando los alumnos lleguen por sus propios medios a una conclusión.

2.2.d) Aportes relacionados con la Teoría de los campos conceptuales

La investigación tiene como marco de referencia la teoría cognitivista de los campos conceptuales según Gérard Vergnaud, porque ofrece un marco para el aprendizaje que permite comprender las filiaciones y las rupturas entre conocimientos, entendiendo por conocimientos tanto el saber-hacer (conocimiento implícito) como los saberes expresados (conocimiento explícito) (Moreira, 2002).

A través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver es como un concepto adquiere sentido para el estudiante.

Se puede distinguir, según Vergnaud, (1993) citado por Moreira, (2002):

1) Clases de situaciones para las cuales el estudiante dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación.

2) Clases de situaciones para las cuales el estudiante no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión y de exploración, de dudas, de intento de aproximaciones que conduce eventualmente al éxito o al fracaso.

En el primer caso se va a observar conductas automatizadas, organizadas por un esquema único; en el segundo caso se va a observar varios esquemas que pueden entrar en competición y que para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados, separados y recombinados.

Llamamos "esquema" a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dadas. En los esquemas es donde se debe investigar los conocimientos en acto del estudiante, es decir, los elementos cognitivos que permiten ser operatoria a la acción del mismo.

La operacionalidad de un concepto debe ser experimentada por medio de una variedad de situaciones y analizarse una variedad de conductas y de esquemas para comprender en qué consiste tal o cual concepto. Por ejemplo, el concepto de razón se comprende a través de una diversidad de problemas prácticos y teóricos. Se puede considerar un concepto como un conjunto de invariantes utilizables en la acción. El uso de significantes explícitos es indispensable para la conceptualización. Un concepto es el resultado de un conjunto de situaciones que dan sentido al concepto, un conjunto de invariantes sobre las cuales reposa la operacionalidad de los esquemas, (el significado) y el conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento, (el significante).

Se entiende un campo conceptual como un conjunto de situaciones o combinación de tareas. Por ejemplo, el campo conceptual de las estructuras aditivas, el conjunto de situaciones que requieren de una adición, una sustracción o una combinación de dichas operaciones y estructuras multiplicativas, el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, división o combinación de tales operaciones.

El concepto de situación no tiene aquí el sentido de situación didáctica sino más bien de tarea cognitiva y toda situación compleja se puede analizar como combinación de tareas de las que es importante conocer la naturaleza y la dificultad propia en los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas.

La teoría de los campos conceptuales privilegia los modelos que atribuyen un papel importante a los propios conceptos matemáticos, la forma de los enunciados y el número de elementos puestos en juegos. Por ejemplo, el campo conceptual de las estructuras aditivas, es a la vez, el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas. Son elementos constitutivos de las estructuras aditivas, los conceptos de cardinal, de medida, de número natural, entre otros.

De manera análoga, el campo conceptual de las estructuras multiplicativas, es a la vez, el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones tales como proporción simple y proporción múltiple, función lineal y n-lineal, razón escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, fracción, razón, número racional, múltiplo y divisor, etc.

Son las situaciones las que dan sentido a los conceptos matemáticos y hace que el conocimiento sea operatorio, es decir que se constituya como verdadero conocimiento. El sentido es una relación del estudiante a las situaciones y a los significantes, es decir, son los esquemas evocados por una situación o por un significante lo que constituye el sentido de esta situación o de este significante para este alumno. Es el conjunto de esquemas que puede poner en juego para operar sobre los símbolos numéricos, algebraicos, gráficos y lingüísticos que representa una determinada operación (Moreira, 2002). En cada situación un concepto aparece con alguno de sus aspectos y significados dejando de lado otros. En la investigación se considera el concepto de proporcionalidad en situaciones donde aparece con distintos significados, representaciones, relaciones y modelando el proceso de variación de múltiples fenómenos. Inicia el desarrollo de la comprensión de aspectos importantes de la función, tales como, la clase de relación de dependencia entre variables. El estudiante utiliza y reflexiona sobre las diferencias estableciendo relaciones entre las distintas situaciones.

¿Qué funciones cognitivas es necesario atribuir al lenguaje y a las representaciones simbólicas, en la actividad matemática? En la teoría de los campos conceptuales ayuda a la designación e identificación de los invariantes: objetos, propiedades, relaciones, teoremas; ayuda al razonamiento y las inferencias; ayuda a la anticipación de los efectos y de los fines, a la planificación, y al control de la acción. Esto es posible porque el esquema comporta:

*Invariantes operatorios (conceptos y teoremas en acto) que pilotan el reconocimiento por el estudiante de los elementos pertinentes de la situación y la recogida de información sobre la situación a tratar;

*Anticipaciones del fin a lograr, de los efectos a esperar y de las etapas intermedias eventuales;

*Reglas de acción

*Inferencias o razonamientos que permiten “calcular” las reglas y las anticipaciones a partir de las informaciones y del sistema de invariantes operatorios de los que dispone el alumno (Vergnaud, 1990).

El lenguaje permite la comunicación y la representación. Además, ayuda a organizar el pensamiento, es decir, a representar los elementos pertinentes de la situación, de la acción y las relaciones entre la acción y la situación. Todo el instrumental lingüístico permite transmitir información, tanto en la expresión de la solución o en las verbalizaciones que acompañan al razonamiento, como en el enunciado del problema mismo. Considerando a Vigotsky se enfatiza en la manipulación del lenguaje como característica importante de la escolarización formal y el desarrollo de los conceptos científicos. Los conceptos cotidianos y los científicos están interconectados y son interdependientes. A través del uso de conceptos cotidianos, los alumnos logran darles sentido a las definiciones y explicaciones de los conceptos científicos. Es decir, los conceptos cotidianos median en la adquisición de los conceptos científicos. Vigotsky, también destaca, las interacciones sociales son en sí mismas mediadas por medios auxiliares tales como el discurso, la escritura y la actividad intelectual, en este caso de los alumnos. Un papel esencial de la escolarización es, crear contextos sociales o zona de desarrollo próximo, en términos de Vigotsky, para dominar y ser consciente del uso de estas herramientas culturales (Caldeiro, 2005)

El simbolismo matemático contribuye a la conceptualización matemática. El lenguaje natural es el medio esencial de representación y de identificación de categorías matemáticas. Los diagramas, las fórmulas y las ecuaciones son indispensables para la selección y el tratamiento de las informaciones y las relaciones pertinentes. Y la acción del estudiante en situación, constituye la fuente y el criterio de la conceptualización.

Es necesario, considerar el sentido de las situaciones y de los símbolos y la acción del estudiante en situación y la organización de su conducta. De ahí la importancia atribuida al concepto de esquema como totalidad dinámica y funcional que permite organizar la conducta del alumno comportando reglas de acción y de anticipaciones. Estos invariantes operatorios organizan la búsqueda de información pertinente en función del problema a resolver o el objetivo a lograr. El funcionamiento cognitivo del estudiante en situación depende de sus conocimientos implícitos o explícitos, a la complejidad de la clase de problemas, procedimientos, representaciones simbólicas, el análisis de los principales errores y descubrimientos. Un concepto no toma su significación en una sola clase de situaciones, y una situación no se analiza con la ayuda de un solo concepto. Es necesario proponerse como objetos de investigación conjuntos de situaciones y de conceptos, clasificando los tipos de relaciones, las clases de problemas, los esquemas de tratamiento, las representaciones lingüísticas y simbólicas, y los conceptos matemáticos que organizan este conjunto.

Los esquemas organizan la conducta del estudiante para una clase de situaciones dadas, pero también organizan su acción y actividad de representación simbólica y lingüística que acompaña a esta acción. El lenguaje tiene una función de comunicación y para lograr esa función se apoya en otra función que es la de representación y también ayuda al pensamiento y a la organización de la acción. El lenguaje y los símbolos matemáticos juegan un papel importante en la conceptualización y la acción. Sin los esquemas y las situaciones, quedarían vacíos de sentido.

2.2.e) Las representaciones semióticas y el papel de los marcos y registros de representación con el uso de GeoGebra

La investigación considera como marco de referencia, la teoría cognitiva de las representaciones semióticas, (Duval, 1999 -citado por Tamayo Alzate, 2006-) entendidas éstas, como aquellas producciones o construcciones de sistemas de expresión y representación, constituidas por el empleo de signos (enunciadas en lenguaje natural, notaciones simbólicas, fórmulas algebraicas, representaciones gráficas, redes, diagramas, esquemas, figuras geométricas, etc.), y que tienen un carácter distinto al de las representaciones mentales, propone que:

1. Se accede al objeto matemático a través de sus representaciones, dado que los objetos matemáticos no son objetos reales, como pueden ser los de otras disciplinas.

2. Es necesario no confundir un objeto con su representación semiótica.

Las representaciones semióticas no son sólo un medio de exteriorización de representaciones mentales para fines de comunicación, sino que también, son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento.

Con respecto al primer punto, hay que tener en cuenta que, cada representación es parcial en relación al concepto que representa, ya que, sólo representa una parte del mismo. Por esta razón surge la necesidad de trabajar con por lo menos dos representaciones de un mismo concepto, para que, a través de interacciones, se pueda propiciar la construcción del objeto matemático representado.

Dada esta necesidad de utilizar una multiplicidad de representaciones para la comprensión de un concepto matemático, los tipos de representación usados en la actividad presentada son:

• Lingüísticos: Verbales (lenguaje natural, lenguaje formal, nombres, definiciones) y Simbólicas (escrituras algebraicas y computacionales)

• Figurativas: Gráficos (geométricos, cartesianos, computacionales).

Por otra parte, en referencia a la segunda idea señalada, es importante diferenciar un objeto matemático de su representación, dado que el objeto en cuestión tiene un significado más abstracto. Por ejemplo, la línea dibujada con la ayuda de una regla, no es más que una marca dejada por el lápiz, pero en matemática, esta marca ayuda a transmitir un concepto perfectamente platónico como el concepto de recta y, a su vez, este símbolo nos sirve para conectar procesos y relaciones construyendo el objeto mental recta.

El estudio, también, tiene en cuenta la Teoría de los marcos y registros porque consiste en el diseño, implementación y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso, como herramienta tecnológica, del software GeoGebra. El software permite simultáneamente trabajar con la representación tabular, gráfica y algebraica y además traducir la significación, en cuanto a representación, de uno a otro de estos registros, contribuyendo a una comprensión más dinámica y estable de los conceptos.

Régine Douady, (1986) -citado por Godino et al., (2006)- plantea que los conceptos matemáticos presentan un doble estatus: de instrumento (o herramienta) y de objeto. Cuando se utilizan ciertos conocimientos, aún implícitos, para resolver un problema, se le está dando a esos conocimientos estatus de instrumento, cuando se reflexiona sobre ellos, estos se oficializan como objetos matemáticos, objetos culturales reconocidos socialmente.

Los dos aspectos son inseparables: "… un instrumento, es un instrumento adaptado si interviene en un problema justificando el uso del concepto del cual procede, por eficacia o necesidad".

Douady postula la necesidad de organizar la enseñanza de la Matemática, a través de una dialéctica instrumento – objeto, que incluye además la dialéctica viejo – nuevo, pautando la progresión de la apropiación de los contenidos matemáticos por parte de los alumnos.

Frente a un problema, en una primera fase el alumno procede utilizando "conocimiento viejo explícito", al ser este insuficiente, inicia una etapa, de búsqueda de medios más adaptados, aunque aún, no esté en condiciones de formularlos: es el "conocimiento nuevo implícito". De eso nuevo implícito algunos elementos son susceptibles de ser apropiados por los alumnos. Según Karmiloff, (1992), se entiende como aprendizaje implícito, cuando el sujeto no puede informar de aquello que ha aprendido o de cómo lo ha aprendido, y el explícito, es cuando consciente y voluntariamente puede informar lo aprendido. Los procesos de aprendizajes explícitos tienen una función constructiva, ya que producen nuevas formas de aprendizajes (por reestructuración) y da cuenta de la apropiación, por parte del estudiante, del conocimiento en cuestión.

El docente define según el funcionamiento del grupo, cuáles son esos elementos, para proceder a su institucionalización. Esto implica un proceso de descontextualización.

La recurrencia de esta dialéctica instrumento – objeto, a través del tiempo, hace que el conocimiento matemático del alumno devenga más abstracto y más general.

El alumno logra construir sentido cuando se haga aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas.

Sólo después estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas.

No se trata de presentar problemas aislados, sino organizados en secuencias que promuevan avances en la construcción de los conceptos matemáticos involucrados.

En este sentido el diseño de los problemas también se fundamenta en un proceso teórico de matemática educativa, lo que Régine Douady, denominó juego de los marcos para referirse a la interacción que debe existir entre el marco algebraico, el marco numérico y el marco geométrico, el marco físico, etc.

En una perspectiva constructivista de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la dialéctica herramienta-objeto y los juegos de marcos y registros de representación constituyen recursos fundamentales para la problematización y la creación de condiciones que provoquen en el estudiante los procesos de asimilación- acomodación y desequilibrio-reequilibrio; La dialéctica herramienta-objeto produce significado. Los juegos de marcos son fuentes de desequilibrio; la reequilibración participa del aprendizaje. Los juegos de marcos tienen un papel motor en una de las fases de la dialéctica. Cada problema contribuye a enriquecer un concepto, y a su vez, hace intervenir varios conceptos. En la investigación se tiene en cuenta, según Vigotsky, el uso de conceptos cotidianos para que los alumnos logre darles sentido a las definiciones y explicaciones de los conceptos científicos, es decir, los conceptos cotidianos median la adquisición de los conceptos científicos. Los conceptos cotidianos y los científicos están interconectados y son interdependientes (Caldeiro, 2005). Cada concepto toma su sentido de acuerdo a las relaciones que se establecen con otros en el problema. Un nuevo concepto, también, se construye a partir de conocimientos previos para cuestionarlos, ampliarlos, reorganizarlos y generalizarlos adaptado a la situación que se estudia.

2.3) Los ambientes computadorizados dinámicos como laboratorios virtuales.

Una de las potencialidades de los laboratorios virtuales, en matemática, es crear ambientes ricos en cuanto a situaciones de aprendizajes, basadas en problemas, que brinden posibilidades para experimentar, jugar, investigar y aprender. No es menos importante el rol del profesor como facilitador de prácticas de aula y materiales del currículo apropiados a los objetivos de aprendizaje (Arcavi y Hadas, 2003).

Estos ambientes facilitan la visualización, la experimentación, la sorpresa, la retroalimentación del proceso, la necesidad de pruebas y demostraciones.

> La visualización favorece el razonamiento de aspectos analíticos, la demostración y la argumentación. Permite ver y analizar la situación con el fin de sugerir una generalización, su prueba y verificación en un proceso. Dar una explicación de manera de lograr convencer de “porque” se sostiene la generalización.
>
> Se entiende por visualización a la habilidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar, y reflejar una información visual (según Hershkowitz, 1989, pág. 75, citado por Arcavi y Hadas, 2003, en su trabajo “El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque”). Los ambientes dinámicos permiten a los estudiantes construir figuras con ciertas propiedades, visualizarlas, transformarlas, para ver y analizar las variaciones para dar justificaciones formales de conjeturas y proposiciones matemáticas.

Un ambiente dinámico permite a los estudiantes aprender a experimentar, medir, comparar, cambiar las figuras y hacer construcciones auxiliares para ayudar a obtener generalizaciones y conjeturas.

Para el diseño de situaciones problemáticas se tiene en cuenta que estas requieran, realizar de parte de los estudiantes, preguntas que permita profundizar e intensificar el aprendizaje experimental, por ejemplo exigirles la explicitación de predicciones o conjeturas acerca de los resultados de un cierto fenómeno o acción a trabajar. El desafío es encontrar situaciones en las cuales el resultado de la actividad sea sorpresivo o inesperado, pudiendo ser este el que permita nutrir la propia necesidad de los estudiantes para analizar su conocimiento (los por qué) y predicciones, convirtiéndose en una oportunidad para el aprendizaje significativo.

La retroalimentación, producto del ambiente mismo, es potencialmente más efectiva que el brindado por un profesor, ya que puede significar motivación para volver a verificar, revisar la predicción y analizar la necesidad natural de una prueba o demostración.

La experimentación, la retroalimentación y la reflexión deben preparar el terreno para la argumentación que ayude a explicar y a probar o demostrar una declaración-(Arcavi y Hadas, 2003).

David Perkins, -citado por Cataldi et al., (1999)- co-director del Harvard Proyecto Zero, del Centro de Investigación para el Desarrollo Cognitivo, en su Teoría Uno afirma que "la gente aprende más cuando tiene una oportunidad razonable y una motivación para hacerlo".

La Teoría Uno es un conjunto de principios que todo método válido de enseñanza debe satisfacer, consiste en considerar como aspectos importantes:

*Información clara

*Práctica reflexiva

*Retroalimentación informativa

*Motivación intrínseca y extrínseca

Es decir, dada una tarea, si se suministra información clara sobre la misma mediante ejemplos y descripciones, si se ofrece a los estudiantes tiempo para practicar dicha actividad y en pensar cómo encararla, si se provee de realimentación informativa con consejos claros y precisos para que el alumno mejore el rendimiento y trabajamos desde una plataforma de fuerte motivación intrínseca y extrínseca, es probable que se obtengan logros considerables en la enseñanza.

En el caso de desarrollos del software educativo, se pueden incorporar, como sostiene Perkins, representaciones mediante potentes imágenes mentales y modelos, de manera tal de estimular la motivación de los alumnos e intentar desarrollar actividades mentales como evaluar y discriminar lo específico de lo particular, ver necesidades, procesos, resultados, investigar otras posibilidades de solución, analizar, sintetizar, resolver problemas, transferir conocimiento de y hacia otras áreas, etc.

Respecto de la relación persona-herramienta que interactúan para dar lugar al proceso cognitivo, Perkins, (1995) -citado por Cataldi et al., (1999)- dice que la cognición humana, siempre se produce de una manera física, social y simbólicamente repartida. Las personas piensan y recuerdan con la ayuda de toda clase de instrumentos físicos e incluso construyen otros nuevos con el fin de obtener ayuda. Las personas piensan y recuerdan por medio del intercambio con los otros, compartiendo información, puntos de vista y postulando ideas.

Cuando se evalúa la conducta humana en la resolución de problemas de la vida real y en entornos laborales, la gente parece pensar en asociación con otros y con la ayuda de herramientas provistas por la cultura. Las cogniciones parecerían distribuirse físicamente con nuestros útiles y herramientas, entre ellas la computadora, socialmente con quienes compartimos las tareas intelectuales y simbólicamente desde las palabras, gráficos y mapas conceptuales, entre otros, como medios de intercambio entre la gente. Los recursos físicos y sociales, participan en la cognición no sólo como fuente sino como vehículo del pensamiento.

David H. Jonassen, profesor distinguido de la Escuela de Ciencias de la Información y Aprendizaje de Tecnologías en la Universidad de Missouri, acuñó hace algunos años el término Mindtools (Herramientas para la Mente), (Jonassen, 2002).

El apoyo que las tecnologías deben brindar al aprendizaje no es el de intentar la instrucción de los estudiantes, sino, más bien, el de servir de herramientas de construcción del conocimiento, para que los estudiantes aprendan con ellas, y no sólo de ellas. .

Las Herramientas de la Mente son aplicaciones de las computadoras que, cuando son utilizadas por los estudiantes para representar lo que saben, necesariamente los involucran en pensamiento crítico acerca del contenido que están estudiando,-Jonassen, (1996), citado por Jonassen, (ibíd.)-. Las Herramientas de la Mente sirven de andamiaje a diferentes formas de razonamiento acerca del contenido. Es decir, exigen que los estudiantes piensen de maneras diferentes y significativas acerca de lo que saben. Por ejemplo, el empleo de GeoGebra, ayuda a representar funciones, organizando la comprensión a través del razonamiento analítico, permite pensar estableciendo, previamente relaciones, entre diferentes marcos de representación, principalmente aritmético, algebraico y geométrico.

El proceso de articular lo que sabemos, con el fin de construir una base de conocimientos, obliga a los estudiantes a reflexionar en forma novedosa y significativa acerca de lo que están estudiando.

La planificación, la toma de decisiones y la autorregulación del aprendizaje es responsabilidad del estudiante y la computadora permite facilitar estas destrezas siempre que se la utilice para estimular la reflexión, la discusión y la solución de problemas. Vale decir, las herramientas de las computadoras, a diferencia de la mayoría de herramientas, pueden funcionar como socios intelectuales que comparten la carga cognitiva de realizar tareas -Salomon, (1993), citado por Jonassen, (ibíd.)-. Cuando los estudiantes utilizan las computadoras como socios, significa que les permite pensar más productivamente.

La investigación consiste en la observación, descripción y análisis de un ambiente computadorizado dinámico basado en el trabajo en el aula utilizando un software educativo. Se define como software educativo a “los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza” y consecuentemente del aprendizaje, con algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes.

Marquès, (1995)- citado por Cataldi et al., (1999)- sostiene que se pueden usar como sinónimos de software educativo los términos programas didácticos y programas educativos, centrando su definición en aquellos programas que fueron creados con fines didácticos, en la cual excluye todo software del ámbito empresario o comercial que se pueda aplicar a la educación aunque tenga una finalidad didáctica, pero que no fueron realizados específicamente para ello.

Los programas deben usarse como recursos que incentiven a los alumnos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, con características particulares respecto de otros materiales didácticos. (Marquès, 1998 -citado por Cataldi et al., 1999-).

Un aspecto clave, de todo buen diseño, es considerar las características de la interface de comunicación, la que debe estar diseñada teniendo en cuenta diferentes estrategias para el desarrollo de determinadas habilidades mentales.

Con el uso de un software educativo se pretende:

*Crear expectativas en el estudiante

* Iniciar su aprendizaje por diferentes accesos, asegurando situaciones de aprendizaje significativo.

*Aprovechar la posibilidad de usar imágenes, animaciones, simulaciones y realizar construcciones.

Desarrollar y hacer consciente el uso de diferentes estrategias tales como:

* Procesar, producir, usar y recrear la información.

* Estimular la generalización y transferencia de lo aprendido,

*Ofrecer situaciones de resolución de problemas,

*Proveer retroalimentación constante e informar acerca de los progresos en el aprendizaje (Cataldi et al., 1999)

Las computadoras en el aula, permiten un cambio en el rol del docente como facilitador del aprendizaje.

Los mediadores pedagógicos, (profesor-computadora), son el vínculo entre los estudiantes y los contenidos. La concepción tradicional de docente informante, ha cambiado hacia el facilitador o guía y tutor, y se constituye en una nueva perspectiva en el uso de mediadores tales como los programas educativos tecnológicos.

Entre las actividades de comprensión que los estudiantes pueden desarrollar al interactuar con los programas tecnológicos está la de confrontar conocimientos nuevos con previos, resolver problemas, inferir ideas, defender puntos de vistas, fundamentar presentando argumentos pertinentes. Implica el compromiso reflexivo del estudiante con el contenido de enseñanza.

2.3.a) La ecología de aula con el uso de GeoGebra

Se entiende por ecología de aula el entramado de relaciones sociales afectivas y emocionales que se va tejiendo en un aula como producto de la interacción de los estudiantes y de las condiciones materiales en que la enseñanza se produce. El docente intuye que requiere generar cierto clima o ambiente para que sus propuestas caigan en terreno propicio o abonado, para que sean aceptadas y tratadas en condiciones que garanticen un mínimo de productividad. Los grupos de alumnos se diferencian unos de otros, porque cada uno de ellos está conformado por un conjunto de personas particulares en interacción, con su propia historia, su personalidad, sus emociones, sus propios conflictos, sus roles particulares, sus luchas de poderes concretos, etc. en relación con un profesor que también tiene una forma particular de ser, pensar, hacer y sentir. Tanto los alumnos como el profesor están insertos en un entorno cultural en que se desarrollan los procesos mentales y cada persona tiene diferentes modos de comprender la realidad. De ahí, según Gadner, la necesidad de reconocer la existencia de inteligencias diversas, supone considerar recursos diferentes para cada estilo de aprendizaje (Caldeiro, 2005).

Doyle, (1990) (citado por Sacristán Gimeno y Pérez Ángel, 1997) establece la distinción entre la estructura académica de tareas y la estructura de participación social como dos dimensiones básicas de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La estructura académica de tareas hace referencia a la organización y provisión de las tareas de enseñanza-aprendizaje, en su concepción más amplia, es decir, la dimensión estrictamente instructiva de la tarea docente.

La estructura de participación social, por su parte, hace referencia a esa dinámica de interacciones, entre el propio contexto y los significados que construyen y atribuyen los sujetos que interactúan en situación de clase, configurando un entorno envolvente, vivo y cambiante, particular y único, a los procesos instructivos. Este entorno ecológico puede favorecer, enriquecer, entorpecer o simplemente dinamitar cualquier propuesta instructiva, de ahí la necesidad de tener en cuenta este aspecto.

Para Doyle, (1990) los estudiantes se hallan más fuertemente implicados en esta estructura de participación social que en la académica de tareas, por la sencilla razón de que tienen más posibilidades de ser agentes activos en la construcción del conocimiento, que en el caso de la de tareas académicas donde ejercen un papel más pasivo, más receptivo, al tratarse de trabajar con un conocimiento dado, acabado y establecido.

La atención, los intereses o esfuerzos de los alumnos cobran mayor significatividad, para la mayoría de los estudiantes, en la estructura de participación social que en la académica por la red de relaciones que establecen en el aula y en la escuela. Esto explica, la influencia de la ecología del aula en nuestros aprendizajes es tal, que al valorar el tiempo que pasamos en la escuela, sean más fuertes los recuerdos que nos dejó esta estructura de participación social que los aprendizajes académicos o instructivos. Nos ha moldeado más esta dimensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje que las tareas escolares.

La investigación, se centra en el análisis que permita dar cuenta, en qué medida favorece en mejorar el clima de participación de la clase, el uso de un software como mediador pedagógico, conjuntamente con el rol del profesor, teniendo en cuenta las personalidades, emociones y formas de comprender de cada uno, la realidad, en el proceso de aprendizaje.

CAPÍTULO 3

DISEÑO DE ESTUDIO O METODOLOGÍA

3.1) ¿En qué consiste la metodología de investigación o diseño de estudio?

El estudio se enfoca en un proceso investigativo basado en una perspectiva interpretativa y socio crítica, (Skovsmose y Borba, 2004), puesto que se tiende a analizar un problema o problemas educativos que se plantean desde la práctica misma y la producción de conocimiento en clases mediante la elaboración de situaciones didácticas en término de Ingeniería Didáctica. La descripción y análisis de los problemas detectados en la práctica, a partir de la observación, registros y entrevistas a alumnos y profesores son insumos básicos para la toma de decisiones, la ejecución y evaluación de acciones.

Se propone, en principio, como primer contacto global o primera lectura de la realidad que se va a estudiar es realizar una observación etnográfica de los hechos y fenómenos naturales de la misma que consiste en observar el modo de ser de los estudiantes: como interactúa, como se organiza, ver cuáles son sus creencias, valores, motivaciones, actitudes, expectativas y perspectivas. Es necesario familiarizarse con la marcha, funcionamiento y vida de los mismos dentro de lo que implica la organización institucional y el contexto, sus problemas, aspiraciones, inquietudes, frustraciones, etc.; a través, no sólo, de la observación, sino también, a través del diálogo con los alumnos y actores institucionales

En términos de Ingeniería Didáctica, (Artigue et al., 2005):

FASE 1-Análisis preliminar: a través de observaciones y registros de clase describir la situación real o dada (ver los aspectos críticos o dificultades, códigos de convivencia, los proyectos diseñados, las actividades puestas en juego por los profesores, las evaluaciones o exámenes, las correcciones, las intervenciones, los conocimientos personales y prácticos, los errores que se evidencian, las dificultades que tienen los docentes y los alumnos).

Se tendrá en cuenta la siguiente guía de análisis de la clase-teoría antropológica de lo didáctico-

1-¿Cuál es la obra matemática que se pretende enseñar?

2-¿Qué organización matemática se propone?

3-¿Qué tipos de problemas matemáticos aparecerán?

4-¿Cuáles son las tareas que tienen que desarrollar los alumnos para el estudio?

5-¿Qué técnicas van a producir? ¿Cómo evolucionarán?

6-¿Qué tecnologías se podrían gestionar? ¿Qué dificultades tendrán los estudiantes?

7-Identificar los momentos de la clase (Bosch et al., 2006)

a) Primer encuentro con un campo de problemas

b) Exploratorio

c) Trabajo de la técnica

d) Tecnológico- teórico

e) Devolución e institucionalización de la organización matemática

f) Evaluación.

Se complementa con la investigación biográfica narrativa mediante estudios de casos de alumnos adolescentes-jóvenes (relato biográfico narrativo cruzado) donde se recopila la mayor cantidad de datos, puesto que se utiliza en el procesamiento y análisis de los mismos el método constructivo para ver elementos y factores comunes, (Bolívar y Fernández, 2001).

El objetivo de esta investigación consiste en recopilar datos relativos a saber por ejemplo ¿Qué piensan de la escuela y de los profesores? ¿Cómo lo ven? ¿Qué necesidades tienen? ¿Qué actividades hacen? ¿Cuál es la relación con la escuela y con los profesores? ¿Cuál es su visión de la zona? ¿Qué aspectos consideran relevantes para ser un buen profesor?

También se complementa con estudios de casos de profesores puesto que son agentes constructores curriculares, es decir, mediante relatos biográficos múltiples paralelos a efectos de realizar un análisis tipológico de los datos recogidos. En el análisis cualitativo e interpretación se tendrá en cuenta unidades de análisis y/o categorías seleccionadas de los relatos, como por ej. nivel de preparación de la clase: contenidos abordados, uso de textos, motivación a los alumnos, materiales que prepara para la clase, atención a necesidades particulares, evaluación de los aprendizajes, valoración de esfuerzo de los alumnos, papel de los objetivos generales del ciclo, papel de los objetivos de área; nivel de coordinación que mantiene con sus compañeros de ciclo o departamento, actitud, compromiso, capacitación, (Bolívar y Fernández, 2001).

FASE 2-Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas

Proponer actividades de enseñanza donde se integre el GeoGebra como uno de los recursos educativos digitales de soporte para el proceso de enseñanza-aprendizaje o el uso de herramientas tecnológicas que facilite el manejo de información, la comunicación, la producción, etc., es decir transformaciones negociadas en base a lo real –Situación arreglada en base a la situación imaginada-

FASE 3- Poner en juego la situación. Aquí es importante tener en cuenta que Brousseau, (2007), clasifica a las situaciones didácticas en cuatro tipos:

a) Situaciones de acción: se genera una interacción entre los estudiantes y el medio físico

b) Situación de formulación: los alumnos deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente para adecuarlo a las informaciones que deben comunicar.

c) Situación de validación: los alumnos deben elaborar pruebas para convencer a sus interlocutores de la validez de sus afirmaciones y que no es suficiente la comprobación empírica.

d) Situación de institucionalización: es aquella destinada a establecer convenciones sociales. El saber ha sido elaborado por el grupo de estudiantes en situaciones de acción, formulación y validación y el profesor es el encargado de hacer asumir la significación socialmente establecida de ese saber.

FASE 4-Nuevos registros en base a observaciones de clase y análisis de puntos críticos. Análisis comparativo de la situación consensuada o arreglada con la situación dada y la imaginada. Evaluación del proceso.

La investigación consiste en un trabajo de exploración y recolección de información durante un período no inferior a un cuatrimestre a efecto de obtener información relevante y fidedigna, aplicar conocimientos, verificar, corregir e identificar experiencias significativas. Se considera que los momentos de corrección-evaluación constituyen no sólo uno de los más decisivos de este proceso, sino además son indicadores de conocimiento, experiencia, compromiso y valoración que tiene el profesor.

El propósito de esta investigación, es hacer un aporte al conocimiento sobre la incidencia de la herramienta tecnológica en la producción de actividades de enseñanza-aprendizaje, que las integren en el proceso de apropiación de los conocimientos matemáticos en los adolescentes-jóvenes, que permita plantear acciones de formación, tanto para profesores, como en relación a este proceso.

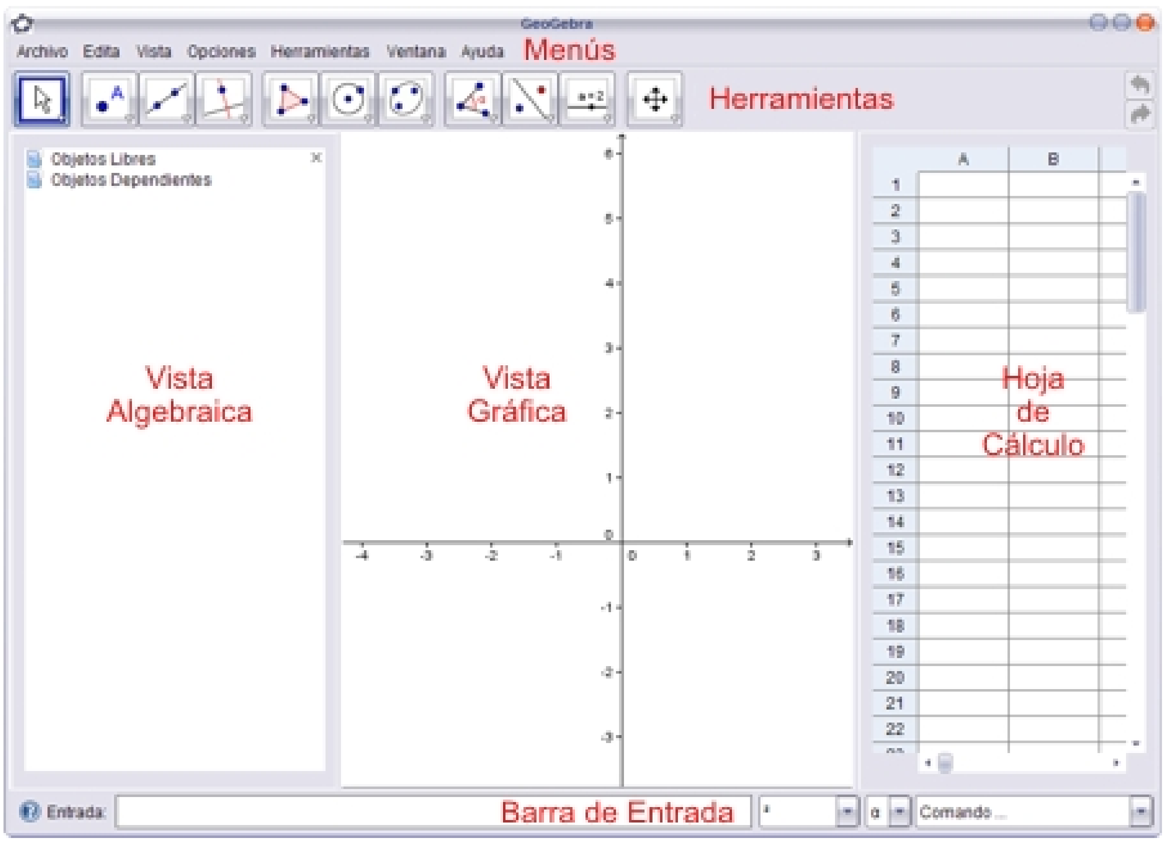
3.2) ¿Por qué la selección del software GeoGebra, como recurso didáctico en el diseño de estudio?

GeoGebra es un software de matemática o un programa educativo tecnológico que se caracteriza por combinar geometría dinámica, álgebra y cálculo y permite una doble percepción de los objetos, cada expresión de la ventana de Álgebra se corresponde con un objeto de la zona gráfica y viceversa, potenciando de esta manera la construcción de conceptos desde distintos registros. (Saidon, 2005).

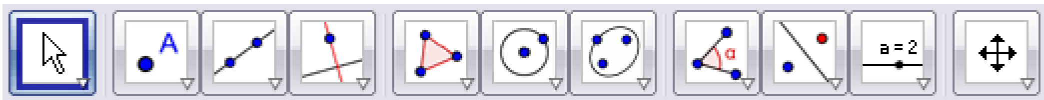
GeoGebra ha sido desarrollado para la enseñanza de la matemática por Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo.

GeoGebra es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones, ingresar ecuaciones y coordenadas que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. (Saidon, ibíd)

Se divide en seis zonas



En la parte superior se encuentran los menús y las herramientas a través de la barra de botones. Corresponden a los objetos y operaciones gráficas más usuales. Se accede a ellas mediante los botones. Cada botón visible es activable haciendo clic sobre él, e incluye una flechita en su esquina inferior derecha que al ser activada con un clic despliega todos los botones disponibles relacionados con el visible.



En la parte central tiene tres vistas: algebraica, gráfica y la hoja de cálculo que permite tres tipos de representaciones de un objeto, gráfica, algebraica y tabular

En la parte inferior, la barra de entrada de teclado a través de comando y operaciones de ingreso directo compuesto de izquierda a derecha, por el botón de ayuda a la entrada, el campo de entrada y tres listas desplegables con operadores y funciones, letras griegas y comandos.

El software educativo GeoGebra ha sido seleccionado en forma contextualizada en consonancia con los aspectos curriculares, tales como, las posibilidades de adecuación, integración, funcionalidad y potencialidad didáctica del mismo vinculado a la disposición física y técnica que ofrece la institución educativa, que no cuenta con conexión a internet, por lo tanto se necesita formato disco para su instalación.

También se considera que el software está en sintonía con los contenidos seleccionados y a las características cognitivas de los estudiantes. Los alumnos son diversos, tienen diversos estilos cognitivos, intereses, conocimientos previos, experiencias, diversas facultades y conocimientos acumulados, diversas habilidades y limitaciones.

El software GeoGebra en cuanto a sus características técnicas, permite trabajar los contenidos seleccionados utilizando como elementos multimediales fundamentalmente textos, símbolos, gráficos y animaciones.

Desde lo pedagógico y funcional es de fácil instalación y uso, se consigue bajar de internet en forma gratuita, es versátil desde el punto de vista didáctico, su entorno se adapta al aula de informática.

3.3) La recolección de datos en el diseño de estudio

Consiste en los estudios de casos basados en entrevistas narrativas o dialógicas a estudiantes y profesores de noveno año y en la observación y registro de clases constituyendo insumos para la toma de decisiones, la ejecución y evaluación de acciones.

3.3.a) La entrevista narrativa o dialógica sobre experiencias, concepciones, creencias y expectativas destinada a los estudiantes de noveno año de la institución

La entrevista narrativa o dialógica destinada a los estudiantes de noveno año de la institución sobre sus experiencias, concepciones, creencias y expectativas como alumnos consiste:

¿Tienes alguna experiencia de una clase que te haya sentido a gusto aprendiendo Matemática y decir por qué te gustó?

¿Qué experiencia de vida tienes en relación a la escuela? Relata alguna que te sea significativa por algún motivo? ¿Tuviste que abandonar la escuela en algún momento de tu vida o tuviste que cambiarte de escuela? ¿A qué se debió? ¿Qué materia o materias son las que más te gustan y por qué? ¿Y las que no te gustan? ¿Por qué?

¿Cómo crees que debe ser para vos, un buen profesor?

¿Qué aspira para tu futuro? ¿Cuáles son tus expectativas, metas o inquietudes?

Además de venir a la escuela, realizas alguna otra actividad o trabajo? ¿Cuál?

¿Cómo organizas tus tiempos para estudiar, venir a la escuela, trabajar o realizar otras actividades, compartir la vida familiar o de amistad, etc.?

Crees que San Martín como ciudad brinda posibilidades para trabajar? ¿Qué posibilidades, por ejemplo?

A tu criterio ¿Cuáles son las exigencias para conseguir trabajo o estudiar en la actualidad?

¿La escuela en qué te prepara y en qué no te prepara para el mundo del trabajo o para seguir una carrera, de acuerdo a lo que piensas?

Al final de la investigación

¿Tienes alguna experiencia de una clase que te haya sentido a gusto aprendiendo Matemática y decir por qué te gustó?

3.3.b) La entrevista narrativa o dialógica sobre la práctica curricular destinada a profesores de noveno año de la institución

La entrevista narrativa o dialógica sobre la práctica curricular destinada a profesores de noveno año de la institución consiste sobre aspectos vinculados,

a) En forma general:

¿Cómo transcurre un día habitual de clases?

¿Qué variación introduce en función de los temas, del nivel de los alumnos, en el transcurso del curso?

¿Cómo prepara sus clases? ¿Qué función juega el texto y el uso de las tecnologías (calculadora, computadora) en la preparación de sus clases? ¿Qué materiales prepara para sus clases? ¿Elabora algún tipo de guión escrito?

¿Cómo decide qué contenidos abordar? ¿Cómo selecciona y secuencia? ¿Qué papel juega el libro de texto y los documentos curriculares en esa selección?

¿Qué actividades selecciona? (Ejercicios de aplicación, problemas abiertos) ¿Qué representaciones tiene en cuenta? (aritmética, algebraica, geométrica, analítica, etc.) ¿Qué rol le otorga a sus explicaciones y a los errores de los estudiantes? ¿Qué papel le atribuye en el aprendizaje a la argumentación y a la validación?

¿Qué nivel de coordinación mantiene con sus compañeros de ciclo/ departamento?

¿Cómo resuelve los problemas de motivación o mantención del clima de aprendizaje?

¿Qué atención presta a las necesidades educativas individuales en cada uno de sus alumnos?

¿Cómo resuelve la evaluación de aprendizaje de sus alumnos?

¿Qué papel juegan los objetivos generales de ciclo previstos? ¿Qué instrumentos de evaluación de aprendizaje utiliza?

¿Cómo valora el esfuerzo realizado por sus alumnos? ¿Cómo valora el rendimiento alcanzado?

¿Tiene oportunidad de evaluar el programa y la enseñanza? ¿Cómo?

También es importante en la entrevista considerar aspectos referidos a su formación y vida profesional

¿Qué relaciones puede establecer entre su vida profesional y la formación? ¿Por qué se dedica a la enseñanza?

¿Dónde obtuvo y cómo evalúa su formación profesional? ¿Qué cursos, intercambios, seminarios, proyecto u otros trabajos de formación ha realizado?

¿Qué influencias ha tenido en su orientación en formación y de profesión?

¿Qué papel atribuye a la propia experiencia como fuente de información?

b) En relación al tema de investigación

Objetivos y contenidos ¿Qué objetivos de aprendizaje tiene en cuenta de un curso de 9no año en torno al tema proporcionalidad? ¿Cuál es su papel en el currículo de Matemáticas? ¿Cuáles son las relaciones entre los aspectos conceptuales y los aspectos técnicos de los contenidos del curso?

Dificultades de enseñanza aprendizaje ¿Cuáles son las dificultades recurrentes en torno a la proporcionalidad? ¿Cuáles son las razones de las mismas?

Concepciones de la Proporcionalidad y su enseñanza que subyacen en las distintas situaciones: ¿Qué problemas surgen a la hora de implementar secuencias de enseñanza? ¿Cuáles han sido los resultados? ¿Están de acuerdo los resultados obtenidos con los resultados esperados? ¿Es posible explicar las divergencias entre los resultados esperados y los conseguidos?

3.3.c) El registro de clases como guía para la investigación

El profesor concibe la realidad escolar desde su modelo didáctico, que es lo que guía y condiciona su práctica educativa (concepciones epistemológicas e ideológicas, concepciones de aprendizaje, concepciones de relaciones sociales, concepciones de contenidos, etc.), se revela en su planificación, en el programa que pretende representar la realidad y dar sentido a su práctica. Las intenciones, los deseos, los puntos de vistas y las creencias interactúan con la de los alumnos en un contexto complejo (Porlán y Martín, 2004).

El registro de clase permite describir la dinámica del aula a través del relato sistemático de situaciones, desarrolla la capacidad de observación y categorización de la realidad, narrando las tareas de enseñanza en el momento de aprendizaje de los estudiantes. Permite describir los acontecimientos más significativos de la dinámica psicosocial, tales como, nivel de implicación de los alumnos, aspectos relativos a la organización del espacio y del material, los procesos de negociación para establecer pautas y normas regulatorias de la convivencia escolar.

El registro es un instrumento útil para la descripción, el análisis y valoración de la realidad escolar. Las primeras descripciones son generales y luego se obtiene una visión más analítica a medida que se van categorizando y clasificando los distintos acontecimientos y situaciones registradas. Se detectan problemas prácticos, estos se van aclarando y delimitando en la medida que van siendo trabajados. Un problema es un proceso continuo que se va desarrollando, reformulando y diversificando en sucesivas aproximaciones, desde lo general a lo concreto, desde la descripción al análisis, desde la explicación a la valorización, y al contrario.

El registro permite ver

a) Las concepciones referidas al alumno: cómo aprende, como se facilita dicho aprendizaje; influencia de las capacidades innatas, causas de las conductas “no adaptativas”, deberes y derechos de los alumnos, etc.

b) Las concepciones referidas al papel del profesor: su autoridad, su relación con el currículum, profesionalidad, estilos y métodos de enseñanza, fines y metas pedagógicas, etc.

c) Concepciones referidas a la materia: carácter absoluto o relativo del conocimiento, importancia del conocimiento espontáneo de los alumnos, naturaleza del conocimiento escolar y su naturaleza con el conocimiento científico y al cotidiano, técnicas de enseñanza específica, materiales, recursos, etc.

d) Concepciones referidas al ambiente: relaciones psicosociales dentro y fuera del aula, democracia escolar, equipos naturales, líderes, ambiente físico, organización de los materiales, organización del espacio y del tiempo, etc.

e) Visiones del profesor acerca de su autonomía profesional, concepciones acerca de su tarea o responsabilidad. Opiniones de los alumnos acerca de sus clases, alumnos, otros profesores. Esquemas de conocimiento que poseen los alumnos. Creencias epistemológicas científicas, pedagógicas, psicológicas, etc. Modelos que subyacen, estilos de enseñanza, etc. Problemas, intereses y necesidades. Conductas más significativas que tiene en la clase. Obstáculos cognitivos, afectivos y metodológicos, que bloquean sus procesos de evolución profesional.

f) Visiones de los alumnos que tienen de la escuela, profesores y clase en general. Percepción que tienen de su papel en la clase y su relación con el resto de sus compañeros. Esquemas de conocimiento sobre tópicos curriculares que se está trabajando en clase. Obstáculos cognitivos, afectivos y metodológicos. Intereses, necesidades y problemas. Conducta más significativas (Porlán y Martín, 2004).

CAPÍTULO 4

LA INVESTIGACIÓN

4.1) El contexto de la investigación

Para realizar la investigación se elige como institución el CEP N° 47 "Manuel Belgrano" debido a que es una de las escuelas del casco urbano de la localidad de General José de San Martín que funciona en los tres turnos, mañana, tarde y noche. Se caracteriza por recibir a los estudiantes de profesorado, practicantes y residentes del Instituto de Nivel Terciario "Profesor Eduardo Fracchia", manteniendo una comunicación fluida a nivel interinstitucional. Esto se debe a que la mayoría de los profesores del C.E.P. N° 47 fueron egresados, y además, algunos trabajan también en el INT "Profesor Eduardo A. Fracchia".

El CEP N° 47 "Manuel Belgrano" se encuentra funcionando en el nuevo edificio desde hace 11 años. En cuanto a espacio físico, posee sala de profesores, dirección, sala de preceptores, biblioteca, laboratorio, sala de proyecciones e informática, gabinete pedagógico y un patio central.

La escuela cuenta con un director y dos vice-directores, 150 docentes, preceptores y personal no docente y una matrícula alrededor de 1400 alumnos que concurren diariamente. La mayoría de los alumnos son de un nivel socio económico medio-bajo y hay muchos casos críticos, sobre todo los de turno noche. Los alumnos turno noche se caracterizan porque casi todos trabajan y la asistencia a clase de la mayoría de los mismos es irregular.

A la mañana funciona EGB3 con tres séptimos, seis octavos y cinco novenos, por la tarde funciona el nivel Polimodal y por la noche ambos niveles.

El cuerpo de profesores y personal que trabaja en dicha institución se caracterizan por estar muy involucrados con la institución, por lo que su compromiso evidenciado, es bregar por el crecimiento a nivel profesional, el mejoramiento de la infraestructura, en cuanto a, espacios, disposición física y recursos didácticos y ayudar a sus alumnos a superar, sobre todo, los problemas de marginalidad y pobreza socio-cultural.

Debido a la temática a abordar en la investigación se elige el noveno año. Se solicita, dadas las características de los alumnos de la institución, preferentemente turno noche. Para eso, previamente desde el Departamento de Matemática se ha facilitado los programas y proyectos correspondientes de los distintos niveles.

Se ofrece para realizar la investigación desde la jefatura del departamento de Matemática el noveno año primera división del turno noche. Cabe aclarar, que en dicho turno funcionan tres divisiones de noveno año.

Luego, previo acuerdo, con el profesor de Matemática a cargo del curso noveno año- del tercer ciclo de EGB-, del CEP N° 47 "Manuel Belgrano", turno noche, se realizan observaciones y registros de clases, vinculado con el tema funciones de proporcionalidad, en principio como se viene trabajando a nivel institucional y luego con la propuesta del uso del Software GeoGebra.

Se realizan entrevistas tanto a algunos alumnos del curso en relación a sus vivencias, percepciones, concepciones y expectativas, como así también, al profesor del curso. Se mantiene un nivel ameno de intercambio y charla con el profesor del curso durante el período de trabajo investigativo. Se entrevista al profesor de la segunda división, con quien también, se comparten ideas y experiencias de cómo se trabaja a nivel institucional.

El trabajo con el profesor de noveno primera división turno noche, se debe a que es colega del Instituto de Nivel Terciario "Profesor Eduardo A. Fracchia", con quien siempre se comparten acciones vinculadas a los alumnos practicantes y residentes del Profesorado de Matemática y, además, es jefe de departamento de Matemática en la citada escuela. El profesor se ofrece gentilmente para realizar la investigación. También se cuenta con el apoyo del equipo directivo, que demuestra predisposición y apertura en todo lo que signifique aportes y acompañamiento al trabajo en el aula. Además, es una escuela con la que se comparten acciones año a año y desde hace muchos años, en la realización de práctica y residencia de los alumnos del Profesorado de Matemática, específicamente.

4.2) Características, concepciones, creencias y expectativas de los estudiantes

Se procede en principio en indagar sobre las características de los estudiantes de noveno año primera división, turno noche, a través de entrevistas narrativas o dialógicas, a efectos de conocer sus experiencias, concepciones, creencias y expectativas en relación a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Estos aspectos, conjuntamente con los aportes del profesor del curso, son importantes para la selección, diseño y ejecución de actividades durante la investigación.

De la interpretación cualitativa de las entrevistas, (ver apéndice, pág.304), se infiere que los alumnos de noveno año, primera división, turno noche se caracterizan por ser:

*Provenientes de un nivel socio, cultural y económico bajo y/o en riesgo por problemas de marginalidad y pobreza socio-cultural. Eso se evidencia, a través de:

*La edad de los alumnos está comprendida de 16 a 25 años. Algunos de ellos son repitentes y/o provenientes de otras instituciones. Alumnas madres solteras que han abandonado y luego retomado sus estudios con escaso apoyo de su entorno familiar en la dimensión afectiva y cultural.

*Las mujeres trabajan como empleadas domésticas y/o niñeras y los varones en albañilería, empleados de comercio y otras actividades con una remuneración mínima.

Dadas estas características, disponen los alumnos de poco tiempo para dedicarse a estudiar, por lo tanto, la escuela debe ser la encargada de potenciar el espacio y tiempo institucional para el aprendizaje.

Como uno de los aspectos críticos se tiene en cuenta, algunas manifestaciones de los estudiantes, como ser, no les gusta Matemática y la adeudan como asignatura previa. Justifican no encontrarles sentido y resultarles muy difícil entenderla. De ahí la necesidad de estudiar nuevas formas de enseñanza de la Matemática, como propuesta, a partir del uso de una herramienta tecnológica en el aula como el software GeoGebra. Es decir, la computadora vista como un modo de tratar de comprometer a los estudiantes en un pensamiento matemático.

Como fortaleza institucional del C.E.P. N° 47, se tiene en cuenta de las manifestaciones de los alumnos, quienes expresan, se sienten a gustos porque son acompañados, en el proceso de enseñanza-aprendizaje por sus profesores, ya que se pueden adaptar al ritmo de la escuela y destacan el compañerismo con sus pares. Por un lado, esto explica, a pesar de las dificultades en diferentes asignaturas y especialmente en Matemática, la mayoría de los mismos creen, que la formación que reciben de la escuela, los prepara para el mundo laboral o para seguir estudiando. Por otro lado, estos dos aspectos mencionados, son importantes en la investigación para promover y fortalecer el trabajo interactivo y colaborativo en el aula con el uso del software GeoGebra. Vale decir, la investigación se basa, en forma conjunta con el profesor, en el análisis de las fortalezas y los obstáculos para la enseñanza y el aprendizaje. A partir de esto, se piensa el diseño de situaciones problemáticas, utilizando como recurso digital el GeoGebra, que invite y apoye al razonamiento, de manera tal, que el estudiante se sienta involucrado cumpliendo un rol de participación reflexiva.

4.3) La práctica curricular de los profesores

Como lectura de las entrevistas dialógicas,(ver apéndice, pág.313), realizada a los profesores de matemática de noveno año, de primera y segunda división, turno noche de la institución, sobre la práctica curricular, se evidencia que:

Habitualmente las clases son a las primeras horas, horario en que se pierde tiempo debido a las tardanzas de los alumnos que trabajan, en la búsqueda de mobiliario -puesto que funcionan otros cursos en otros turnos- y el registro de asistencia diaria.

Para el abordaje de un tema realizan el diagnóstico, buscan material bibliográfico para la selección de las actividades en función de los contenidos. Trabajan habitualmente con ejercicios. Muestran un ejercicio como modelo o patrón a efectos de ver como se resuelve y luego se realizan ejercicios similares tratando de aplicar el mismo algoritmo. Concientizan sobre la importancia de determinados conceptos que siempre trabajan.

Los estudiantes, generalmente, resuelven la ejercitación en forma individual y luego controlan en el pizarrón. En el turno noche han explicitado a principio de año, como contrato didáctico no tomar trabajos prácticos, comprometiéndose los alumnos a trabajar en clase, a efectos de optimizar el tiempo de estudio que disponen.

Para el desarrollo de los contenidos, tienen en cuenta, la revisión de los contenidos previos a través del desarrollo de una ejercitación. En el caso de observarse que no todos manejan los mismos conceptos, trabajan en eso, para evacuar dudas y realizar aclaraciones, teniendo en cuenta que, dadas las características del adolescente, muchas veces no se permite preguntar frente a sus pares.

Realizan la secuenciación de contenidos curriculares y trabajan en forma transversal las ecuaciones, como por ejemplo, en cálculos de áreas y perímetros.

Utilizan un vocabulario de uso cotidiano acorde al manejo de los alumnos y, de ahí, relacionan con el vocabulario específico.

Utilizan o seleccionan libros, que generalmente, tienen en cada inicio de capítulo un poco de teoría, donde se pueda encontrar explicaciones claras y luego aplicaciones prácticas como los libros sugeridos por el Ministerio de Educación. Uno de los libros más utilizados "Puerto de Palos".

Permiten el uso de la calculadora científica para los cálculos complejos. También utilizan la calculadora de los celulares. Prevalece el cálculo mental cuando intervienen operaciones sencillas. Utilizan material concreto como apoyo al razonamiento para que los alumnos logren abstraer.

El profesor durante la clase trabaja con preguntas que permitan inducir al alumno, para llegar a algún concepto o generalización, a través del análisis de un ejemplo que les facilite comprender el tema.

Tratan de motivarlos a través de las explicaciones y dar los ejemplos necesarios para que resuelvan problemas. Consideran que la Matemática es importante para el desarrollo de sus capacidades.

Manifiestan que, el alumno cumple generalmente un rol pasivo, debido a que es escaso el tiempo que disponen en la clase para que pueda exponer, discutir o explicar. Este reconocimiento de parte de los profesores, que se relaciona con el contrato didáctico, es un aspecto crítico importante que se tiene en cuenta en la investigación, en la gestión de situaciones didácticas que generen espacios y tiempos de participación natural y reflexiva de los estudiantes.

Las actividades que generalmente seleccionan tienen que ver con una secuencia programada, vinculada con la selección y priorización de contenidos, en reuniones de departamento y al inicio de cada ciclo lectivo.

La evaluación la realizan diariamente, con la observación directa, el trabajo en clase y la realización de actividades en el pizarrón. Toman evaluaciones en forma individual y escrita, cuya calificación, no es definitiva, ya que la nota conceptual es muy importante. De esta manera consideran que se valora mucho el esfuerzo del alumno.

El nivel de coordinación con los demás docentes se logra en reuniones de departamento o talleres, ya que los tiempos en las escuelas son escasos.

La escuela trata de generar espacios de contención para que justamente los alumnos puedan entender los contenidos, se realizan talleres o encuentros en los centros de actividades juveniles y actividades de apoyo en el aula.

El diálogo fluido de temas de interés de los alumnos hace que la clase sea distendida y llevadera. Los profesores tratan de interesarse por las dificultades que tienen los alumnos.

Los programas que trabajan son evaluados a fin de ciclo con respecto a los porcentajes desarrollados y evaluados en relación a los contenidos.

Con respecto al papel que se atribuye a la experiencia del docente:

La experiencia docente se fortalece con el transcurso del tiempo y este permite la adquisición de mayor seguridad y confianza en el desempeño del rol de enseñar. La evaluación de los contenidos desarrollados y el desempeño de los alumnos es lo que permite al profesor autoevaluarse en cuanto a su función.

Con respecto a la formación profesional de los profesores la consideran como “buena y tradicional”, esto significa desde una concepción de enseñanza-aprendizaje conductista; sienten que no cuentan con una formación en didáctica de la matemática que les permita adecuar los contenidos de acuerdo a la realidad que les toca actuar. La mayoría de las clases recibidas en su formación han sido expositivas, con ejercitación para resolver. Eso explica que los profesores sientan ciertas fortalezas en el manejo en cuanto a calidad de los contenidos y dificultades para buscar formas de organización de tiempos y espacios diferentes a los tradicionales.

Los cursos de capacitación más aceptados por los docentes porque significan un aporte para fortalecer sus prácticas en el aula son los vinculados a la formación de la nueva escuela secundaria, las capacitaciones en servicios, los talleres vinculados al trabajo en el aula, a salud y a la convivencia de los adolescentes.

Estas apreciaciones dan cuenta, de un reconocimiento por parte de los profesores, de la necesidad de capacitarse y actualizarse en aspectos que les signifique un aporte en su perfil profesional.

4.4) Las actividades de enseñanza-aprendizaje de las funciones de proporcionalidad

Se hace una lectura en documentos curriculares, vinculada a la actividad matemática requerida en relación a la temática de esta investigación, una de las prioridades pedagógicas de tercer ciclo de la EGB, es que los alumnos deben ser capaces de elaborar estrategias propias para la resolución de problemas matemáticos del área, de otras disciplinas o de la vida diaria y comunicar con claridad los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos. También deben ser capaces de reconocer, calcular e interpretar situaciones en la que intervenga el concepto de proporcionalidad numérica y geométrica, de interpretar, graficar, analizar funciones que modelicen situaciones problemáticas propias del ámbito de las matemáticas, de otras áreas del conocimiento y de la vida cotidiana.

¿En qué medida se trabaja y se tiende a lograr, desde el punto de vista de las prácticas en el aula, estos propósitos?

Ahora bien, se parte de un análisis de la actividad matemática que se lleva a cabo en noveno año (primera división) tercer ciclo EGB, precisamente en el aula, es más bien, práctico porque se trabaja haciendo énfasis en una técnica y habitualmente no alcanzan el nivel tecnológico-teórico. Es decir, es necesario justificar los procedimientos realizados mediante propiedades, relaciones y/o teoremas. Las organizaciones matemáticas que se estudian son rígidas y aisladas o poco coordinadas entre sí, lo que dificulta la comprensión desde una diversidad de miradas para lograr el análisis comparativo y que dicha organización matemática se reconstruya de manera completa.

Dicha hipótesis se comprueba a través de los registros de clases. También, coincide con lo relatado por los docentes, quienes manifiestan, que están habituados a mostrar cómo se hace un ejercicio modelo y luego ejercitar esa práctica. Eso da cuenta que los alumnos sientan a la matemática como una asignatura que no le encuentran sentido. Por otro lado se gestionan escasas oportunidades de participación en la clase.

De los registros de clases se tiene en cuenta las siguientes dimensiones:

Se observa escasa presentación de situaciones problemáticas o procesos de enseñanza y aprendizaje que permita dar oportunidad a los alumnos de analizar, utilizar técnicas diferentes, explicar y activar procesos de razonamientos en tareas de modelización o resolución de problemas.

La técnica que prevalece en los problemas de proporcionalidad es la regla de tres simple, permitiendo en forma parcializada, que se analice e interprete el proceso y el resultado.

Es necesario atender estos aspectos seleccionando situaciones problemáticas que al interpretarlas, modelizarlas y resolverlas, permita la construcción y evolución de conceptos algebraicos conectando las distintas formas de representación, especialmente la gráfica-geométrica. La visualización gráfica es importante para explorar distintas variantes y poner en juego las relaciones de conceptos, propiedades y teoremas (Arcavi y Hadas, 2003).

Para lograr que el análisis sea potente es necesario relacionar y justificar más de una técnica mediante propiedades y la correspondencia de la representación semiótica de los objetos matemáticos, a través de los distintos marcos o registros, teniendo en cuenta los aportes de Douady, 1986, (citado por Godino et. al., 2006). Eso implica la relación entre el lenguaje natural y formal (simbólico-algebraico-geométrico-analítico) en forma verbal y escrito, de acuerdo a Duval, 1999 (citado por Tamayo Alzate, 2006).

Prevalece el trabajo del profesor. Se observa escasa participación de los alumnos. Si bien, los medios que utilizan como apoyo al razonamiento son lápiz, papel y calculadora, las situaciones se resuelven en forma conjunta en el pizarrón guiados por el profesor. Este estilo de trabajo da cuenta el escaso tiempo que se ofrece al alumno para el razonamiento individual.

Es importante, otorgar un tiempo a los estudiantes para la exploración, manejo de información, representación gráfica para visualizar y analizar cómo funciona un determinado concepto, elaborar preguntas cuando no logra entender algo, buscar explicaciones y convencerse primero a sí mismo y luego al compañero, estimulando de esa manera, a la argumentación como una actividad de naturaleza discursiva.

El objetivo consiste en utilizar las respuestas de las actividades de los estudiantes en clases como indicadores de algunas características de la organización matemática “Funciones de proporcionalidad” que se estudia en noveno año y así poner de manifiesto la existencia y características de determinados obstáculos epistemológicos y didácticos que dificultan la aprehensión del sentido y aplicación de la citada OM. (Bosch, Fonseca y Gascón, 2004, p.238).

Teniendo en cuenta, las clases observadas y registradas, durante más de un cuatrimestre, se seleccionan para el análisis, las que se vinculan directamente con el tema a abordar en esta investigación.

Se toma como referencia la clase con fecha 22 de junio de 2010 (31 alumnos presentes) titulada “proporcionalidad directa e inversa” el profesor propone como consigna al iniciar la misma

Completar las siguientes tablas

a)

X	**Y**
2	3
4	
	12
10	
	9

b)

x	**Y**
3	
5	10
	8
1	
	4

Como primera tarea que solicita el profesor es que los estudiantes encuentren la constante de proporcionalidad de cada tabla y, en función de eso, completen los casilleros vacíos.

Los medios que se utilizan en la clase son el pizarrón, lápiz y papel. El profesor interviene con una pregunta “¿Cuál sería la constante de proporcionalidad para la primer tablita?”

Un alumno responde de manera espontánea “1,5”.

Nuevamente, el profesor interviene preguntando ¿por qué? El alumno responde porque se divide. En ese momento el profesor expresa “se divide la variable y sobre la variable x”, es decir, “3/2, de ahí sale el 1,5”.

El profesor, expresa, “si quisiéramos hallar el valor desconocido armando la proporción 2/3 = 4/x aplicamos regla de tres simple” y pregunta “¿cómo se halla el valor de x?”.

Algunos alumnos responden, como se aplica la técnica, que es lo que se multiplica y que es lo que se divide. La respuesta de una alumna: “multiplicamos 4 por 3 y dividimos por 2, entonces x = 6”

El profesor propone nuevamente, armar otra proporción con la misma técnica, regla de tres simple estableciendo la correspondencia entre cantidades.

Luego solicita, para seguir avanzando que busquen la constante de proporcionalidad directa, es decir, K= y/x. A partir de la constante de proporcionalidad calculan x e y de la tabla. El profesor pregunta “¿Cómo hacemos para obtener el valor de y? ¿Cuál es el valor de x? ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?” Se observa preguntas, que la mayoría, son respondidas por el propio profesor, es como que busca relacionar la operatoria necesaria de manera forzada, para encontrar los respectivos valores, en base a la proporcionalidad directa.

> Profesor: 1,5. Ahora bien, traten de seguir avanzando. Si nosotros multiplicamos el valor de x, sin hacer una regla de tres simple, una vez

que conocemos la constante de proporcionalidad, hacemos y/x conocemos la constante. K=y/x→y=k.x

Conocemos el valor de x, ¿cómo hacemos para obtener el valor de y?, multiplicando el valor de x por la constante de proporcionalidad. ¿Cuál es tu valor de x?

Alumno: es 10

Profesor: es 10 ¿Cuánto es el valor de la constante? 1,5; 1,5 por 10 ¿Cuánto nos da?

Alumno: 15

Profesor: 15. - Mientras escribe en el pizarrón y=1,5.10=15. Uno coma cinco por diez es igual a quince. ¿Cuándo x vale 10?, ¿Cuánto vale y?

Alumno: 10

Profesor: 10, entonces lo podemos hacer por regla de tres simple o bien una vez que conocemos la constante de proporcionalidad multiplicamos por el valor de x que tenemos. Si tenemos el valor de y, y no de la variable x ¿qué vamos hacer?

Alumnos: dividir

Profesor: vamos a dividir, qué, por qué?

Vamos a dividir el valor de y por la constante vamos a obtener el valor de x, y/x=k→ y/k=x

Supongamos que queremos saber x vamos a dividir el valor de y sobre la constante. Y vale 9 ¿qué hacemos? Hacemos 9 dividido 1,5, ¿qué nos da? nos da 6, ¿para cuándo?, para cuándo y vale 9, es decir, podemos calcular por regla de tres simple o bien saber el valor de la constante de proporcionalidad dividimos el valor de y sobre el valor de x.

Luego hace analizar ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de la segunda tabla? Un alumno responde 10/5, selecciona aquellos valores correspondientes de la segunda tabla para encontrar la constante de proporcionalidad directa. En esta segunda situación, se dan cuenta de la técnica utilizada en la primera tabla, de la necesidad de relacionar las variables y/x para encontrar el valor de la constante de proporcionalidad directa. El profesor avanza mostrando como a partir del valor de la constante, que es 2 se puede obtener, ya sea los valores x o de y, a efectos de, completar la tabla.

> Profesor: multiplicamos un valor de x por la constante, por ejemplo,
>
> Mientras escribe 1.2=2 expresa uno por el valor de la constante 2 es igual a dos.
>
> Les dio 2 ahí, ¿sí o no? Sí.
>
> Alumnos: Si…
>
> Profesor: Si quisiéramos hallar estos valores de x, ¿Qué vamos hacer? Vamos hacer, 8/k= 4 es decir, -mientras escribe- 8/2= 4 -expresa- ocho dividido cuatro nos da dos.
>
> 4/k= 2

Luego, trabajan con una guía de problemas de proporcionalidad simple, en que tienen que analizar como varía la proporcionalidad, si es directa o inversa.

Analizan el primer problema, relacionando con lo realizado en las tablas, como una aplicación inmediata de un problema de proporcionalidad directa, en el cual el mismo profesor compara la variación de esta proporcionalidad en esta situación con la de las tablas.

> Profesor: bueno chicos, Cristian…Marcos… -les dicta el primer problema de la guía que tienen que sacar fotocopias-
>
> 1) Un saco (aclara una bolsa parecida a un saco) de 20 kg de naranjas cuesta 50 €. (aclara, euros) Calcula:
>
> a) ¿Cuánto cuestan 25 kg?
>
> b) ¿Cuántas naranjas puedo comprar con 62.50 €?

Vamos a trabajar

Alumna: para la otra clase, profe…

Profesor: no, nooo… vamos a trabajar acá. Para la próxima clase traigan las fotocopias.

Alumno: profe…profe…. Venga.

Profesor. Aplicamos exactamente lo que estuvimos haciendo con los dos cuadritos.

A ver… ¿Cuánto vale el saco de 20 Kg?

:

20 Kg ------------€ 50

x

25 Kg------------ x= 62,5 €

20 kg cuesta 50 euros.

25 kg cuesta x.

¿Cómo hacemos?

Alumno: 25 multiplicado por 20.

Profesor: ¿y queda?

Alumno: 25 por 50 dividido 20, da 62,5 euros.

Profesor: Para el segundo ítem, el b), no hace falta hacer el planteo, con 62,5 € compramos 25 kg.

Luego del recreo, siguen analizando la proporcionalidad que representa cada una de las situaciones problemáticas, aquí el profesor les da tiempo a cada grupo de alumnos, que se forman por afinidad, para que en forma autónoma, trabajen. Se puede ver, que si bien, las intervenciones del profesor, son más bien ostensivas, los alumnos pueden relacionar como varían las magnitudes porque al problema lo relacionan con una situación cotidiana, en un contexto real. El profesor explica, no sólo como obtener, sino también, el sentido real o lo que representa la constante de proporcionalidad directa en la situación, la cantidad en metros de pared que un albañil puede realizar en una jornada. Pero, se asocia con escasa significatividad la correspondencia entre el lenguaje oral con el escrito-simbólico, es decir, entre lo que representa la constante de proporcionalidad directa y el porqué se hace el cociente entre las cantidades de las magnitudes correspondientes.

Hay grupos que avanzan en el trabajo.

El profesor se dirige a un grupo.

Profesor: ¿leíste lo que dice el problema?

Alumna: ¿cómo se hace esto, profe?

Profe: ¿cuánto construye un albañil, si 7 construyen 2100m de muro?

Alumna: tenemos que multiplicar o que…?

Profe: a ver, 7 albañiles construyen 2100 m de pared o muro en una jornada. Calcula cuánto muro construirán 5 albañiles? Ahora 5. Tienen que sacar la constante de proporcionalidad. Que va a pasar al tener menos albañiles.

Alumna: van a construir menos.

Profe: habría que ver cuánto es ese menos…

Piensen ¿cómo hacen para saber, lo que hace uno de ellos? Es el valor de la constante.

Alumna: multiplicamos.

Profe: dividimos para sacar la constante de proporcionalidad, 2100m : 7 albañiles, ahí sabemos lo que construye en una jornada un albañil, un albañil construye 300 m de muro. Es decir, 300 m por albañil. Cuánto construye 5 albañiles, calculamos mentalmente, vale decir 5 por 300, es decir, 1500 m.

La constante es la cantidad de metros de muro que hace cada albañil en una jornada. Eso es como cuando van a comprar pan, 5 Kg de pan, pero primero tienen que saber lo que sale el Kg, para luego, saber el importe de la cantidad que quieren comprar, es decir, el precio unitario. Vieron en las boletas o facturas que en los negocios ponen precio unitario, eso representa en ese caso la constante de proporcionalidad, por la cantidad, después, que queremos comprar; lo mismo ocurre acá, la constante representa la cantidad de muro o pared que construye por albañil en una jornada.

Alumno: profesor, va a decir las notas.

Luego, se cierra la clase, haciendo hincapié en como varían las magnitudes, los problemas que hasta aquí han resuelto, son con la técnica de la regla de tres simple directa; se presenta un problema donde la variación se da en forma inversa, lo cual cambia la situación en que se plantea, es decir, la técnica a utilizar. Algunos alumnos encuentran el resultado pero queda planteado para analizar la próxima clase la forma en que llegaron, cómo lo hicieron.

Profesor: piensen ya, chicos piensen ya el cuarto problema. Pensaron si tienen 6 canillas llenan un depósito en 4 horas…

Alumnos: los distintos grupos lo llaman al profesor.

Profesor: el primero, segundo y tercer problema representan una proporcionalidad directa. Quiero que piensen el cuarto problema, ¿Qué proporcionalidad representa?, muchos chicos dicen que les da 3. Pero ¿Cuál sería el planteo que nosotros deberíamos hacer?

Está bien que 6 grifos o canillas llenan un depósito en 4 horas, calcula cuánto tardará 8 grifos, si aumento la cantidad de grifo de 6 paso a tener 8, supongamos con el mismo caudal de agua, pensemos lógicamente va a tardar más o menos horas?

Alumnos: va a tardar menos.

Profesor: va a tardar menos, si o no?

Alumna: si pues.

Profesor: aumenta la cantidad de grifo, ¿qué pasa con las horas?, va a disminuir, entonces no es una proporcionalidad directa.

Alumna: es indirecta.

Profesor: A este tipo de proporcionalidad se le llama proporcionalidad inversa, por que a medida que una aumenta la otra se invierte. Este tema es lo que vamos a continuar el jueves.

Tomando para el análisis la clase con fecha 24 de junio de 2010 (16 alumnos presentes), que continua con “proporcionalidad directa e inversa”, el profesor propone como consigna, al iniciar la misma, trabajar con los problemas de la guía formando grupos por afinidad. Retoman el ejercicio 4 de la guía de problemas, es decir:

4) Sabiendo que 6 grifos llenan un depósito en 4 horas. Calcula:

a) ¿Cuánto tardarán 8 grifos?

b) ¿Cuántos grifos serán necesarios para llenar el depósito en 3 horas?

Se plantea el problema en la clase de esta manera:

6 grifos--------------4 horas

8 grifos------------- x

El profesor interviene para ayudar a analizar el tipo de proporcionalidad, ya no se trata de una proporcionalidad directa, sino que varía en forma inversa. Si bien se analiza, la correspondencia entre las cantidades de las dos magnitudes que intervienen y como varían las magnitudes, no se evidencia un análisis relativo al papel que juegan los operadores multiplicativos y divisivos, estableciendo una correspondencia entre la expresión simbólica o significante y el contenido o significado, es decir, el porqué se debe invertir las cantidades correspondiente a una de las magnitudes. ¿Qué propiedades se ponen en juego? Hay un distanciamiento entre la tarea-técnica y la tecnología-teoría. Se evidencia escasamente la necesidad de establecer correspondencia semiótica entre los distintos marcos o registros, como por ejemplo, el lenguaje oral y el escrito-simbólico, mediante el juego representativo de los operadores que resuelven la situación. Esto puede significar una ruptura a la hora de apropiarse del significado de proporcionalidad y de la diferencia entre cuando es directa y cuando es inversa. Es decir, este tratamiento parcializado, puede representar un obstáculo desde el punto de vista didáctico, afectando a la evolución de los aprendizajes (Brousseau, 2007).

Profesor: Cual era la situación. Lee por favor, a ver… (solicita a un alumno).

Alumno: Sabiendo que 6 grifos llenan un depósito en 4 horas. Calcula:

a) ¿Cuánto tardarán 8 grifos?

b) ¿Cuántos grifos serán necesarios para llenar el depósito en 3 horas?

-lee un alumno, mientras el profesor escribe en el pizarrón:

Proporcionalidad

6 grifos--------------4 horas

8 grifos------------- x

Profesor: ¿Cuánto tardará 8 grifos?

Si aplicamos una proporcionalidad directa que es lo que estuvimos viendo ahora, si lo pensamos lógicamente, nos resulta ilógico, que más grifos o canillas tarden más horas. Chicos no puede tardan más tiempo, lo contrario, debería tardar menos horas, o no? ¿Debería tardar menos horas o no?

Lógicamente, sí.

Si agrego más grifos no puede tardar más tiempo. Al contrario, debería tardar menos horas o no, Juan?

No se trata de una proporcionalidad directa, es una proporcionalidad inversa.

¿Por qué será una proporcionalidad inversa? Por qué será proporcionalidad inversa? Porque al aumentar la cantidad de grifos, al pasar de 6 a 8 grifos, ¿qué va a pasar con el tiempo?

El tiempo va a disminuir, evidentemente va a ser menor. Y la proporcionalidad no va ser directa, sino inversa. ¿Qué hacemos para resolver esta proporcionalidad inversa?

Vamos a invertir esta partecita. Como nos va a quedar representado.

8 grifos --------------4 horas

6 grifos------------- x= (6 . 4): 8 = 3 horas

De esta manera vamos a saber la cantidad de horas que van a tardar esos 8 grifos. Agregando dos grifos el tiempo…seis por cuatro es 24 y dividido ocho es igual a tres horas.

Antes de hacer el planteo es necesario analizar si es una proporcionalidad directa o inversa.

¿Cómo nos damos cuenta que la proporcionalidad es directa? Cuando aumenta una cantidad y la otra también en la misma proporción.

Aumenta la cantidad de grifos va a disminuir el tiempo.

¿Cómo nos damos cuenta que la proporcionalidad es inversa? Cuando aumenta uno, el otro disminuye, aumenta la cantidad de grifo disminuye el tiempo…

La velocidad, que hablábamos la clase pasada, para recorrer más espacio necesitamos más tiempo.

+ espacio + tiempo → representábamos el espacio en función del tiempo-veían una línea recta del espacio que recorre en función del tiempo-.

Se analiza el tipo proporcionalidad y es evidente la necesidad de una intervención que apoye el razonamiento de los alumnos, en cuanto a la relación que cumplen los operadores multiplicativos y divisivos, que conducen a justificar la técnica de porqué se invierte una de las razones, para formar la proporción. También es necesaria una intervención para formalizar el análisis, cómo obtener la constante de proporcionalidad inversa, y en este caso, qué representa la constante de proporcionalidad inversa.

Se debería analizar la expresión, en la proporcionalidad directa, “Cuando aumenta una cantidad la otra también aumenta en la misma proporción”. Cabría preguntar ¿Qué significa… en la misma proporción”?

Continúan con el problema número cinco de la guía, en el cual una alumna, lee a la clase y van analizando el tipo de proporcionalidad de la misma manera que en la situación anterior. El profesor interviene con preguntas, que si bien ayudan a que los estudiantes participen analizando la situación, pero es necesario un alcance profundo que le permita avanzar en la justificación de la técnica de la regla de tres simple, e inclusive, en avanzar de esa técnica o modelización clásica hacia la técnica de la proporción o modelización algebraica, que en este caso se hace evidente la necesidad de explicitarla. También se evidencia, que el rol protagónico lo sigue teniendo el profesor, basada preferentemente en una práctica discursiva.

Lo que si queda claro, desde el punto de vista del lenguaje natural y quizás intuitivo, en el marco de la interacción alumno-profesor, es la determinación del tipo de variación de las cantidades de las magnitudes intervinientes o proporcionalidad teniendo en cuenta las condiciones que se presenta en el problema.

Profesor: trabajamos con el quinto.

Alumna: espere profesor.

Profesor: lee en voz alta.

Alumna: lee:

5) Para recoger una campo de 200 ha en un día son necesarias 4 cosechadoras. Calcula:

a) ¿Cuánto medirá un campo que se puede recoger por 6 cosechadoras en un día?

b) ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para recoger 300 ha en un día?

Vamos a tratar de pensarlo. Las máquinas cosechadoras, como hay aquí, cuanto trillará cuatro cosechadoras?

Alumna: 200 has.

Profesor: 200 has. La pregunta es, cuánto podrá cosechar 6 cosechadoras?, piénsalo lógicamente.

Alumna: va a terminar en menos horas.

Profesor: Acuérdate que tienes el mismo tiempo. Está diciendo un día. Van a tener todo un día para cosechar. Lee de nuevo la pregunta.

Alumna: sigue leyendo a) ¿Cuánto medirá un campo que se puede recoger por 6 cosechadoras en un día?

b) ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para recoger 300 ha en un día?

Profesor: es proporcionalidad directa o inversa. Mientras escribe:

Con 4 cosechadoras --------200 has

6 cosechadoras -------- + has

Alumna: Es una proporcionalidad directa.

Profesor: ¿porqué? Al aumentar el número de máquina ¿Qué va a pasar con el número de hectáreas?

Al aumentar una cantidad, aumenta proporcionalmente la otra?

Alumna: ahhh!!! No es inversa.

Profesor: si tenemos 4 cosechadoras y durante el día cosechamos 200 has, al otro día llevamos 6 cosechadoras.

Alumna: va a aumentar.

Profesor: si llevamos 6 cosechadoras al día siguiente la superficie de trillado va a ser mayor. Entonces es una proporcionalidad directa. ¿Cómo sería el planteo?

4 cosechadoras -------------- 200has

6 cosechadoras---------------- x

Alumna: 200 has lo hacen 4 cosechadora.

Profesor: 4 cosechadora hacen en un día 200 has.

Alumna: 6 cosechadoras, equis (x) hectáreas.

Profesor: si aumenta de 4 a 6 cosechadoras… x has.

Profesor: ¿Dónde ubicamos el 6?

Alumna: Debajo del 4.

Profesor: entonces nuestra incógnita va a estar debajo de 200 has.

Entonces x es igual a 6 por 200, 6 por 2 es 12, es decir, al 12 le agregamos dos ceros, entonces es 1200 dividido 4 es 300 –expresa mientras escribe en el pizarrón-.

X= (6 . 200 has): 4 = 1200: 4 = 300

X = 300 has.

Es una proporcionalidad directa.

En el avance de la clase, el profesor solicita, considerando el análisis de los problemas restantes de la guía, que encuentren uno que represente una proporcionalidad inversa. Luego de analizar uno de esos, que se dan cuenta que es una proporcionalidad directa, una alumna plantea que no entiende el problema Número seis. Lee el problema a la clase.

Alumna: profe, la seis no entiendo.

Profesor: léela.

Alumna:

6) Para confeccionar un traje es necesario un trozo de tela de 3.6 m de largo por 2.4 m de ancho.

a) ¿Qué largo deberá tener la tela si tiene un ancho de 2.88 m?

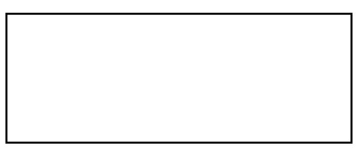
b) ¿Qué ancho deberá tener la tela si tiene un largo de 3 m?

Alumna:

6) Para confeccionar un traje es necesario un trozo de tela de 3.6 m de largo por 2.4 m de ancho.

Profesor: -repite- para confeccionar un traje es necesario un trozo de tela de 3,6 m de largo por 2,4 de ancho. Mientras tanto en el pizarrón escribe

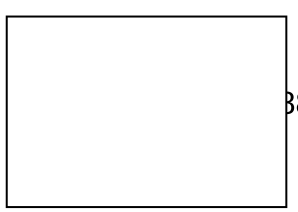
3,6 m



m

Alumna: a) ¿Qué largo deberá tener la tela si tiene un ancho de 2.88 m?

Profesor: ¿Qué va a pasar ahí si aumenta el ancho?



8 m

3,6 m largo ----------- 2,4 m ancho

Esa tela que voy a comprar ¿qué pasa si la tela viene con este ancho 2,88? Para poder comprar la misma cantidad de tela, ¿qué va a pasar con el largo? tenemos que incorporar un nuevo concepto es de superficie. Para comprar la misma cantidad en cuanto a superficie: ¿Cómo calculamos la superficie? ¿Qué figura es?

Alumna: hacemos para calcular la superficie 3, 6 por 2,4

Profesor: ¿Qué figura es?

Alumno: Es un cuadrado.

Profesor: ¿Es un cuadrado?

Alumna: No es un cuadrado.

Profesor: No es cuadrado, estamos de acuerdo que no es un cuadrado.

Alumnos: nooo…

Profesor: ¿qué figura es entonces?

Alumna: Un rectángulo.

Profesor: Un rectángulo, muy bien.

La pregunta es ¿Qué va a pasar con este largo si aumentamos el ancho?

Alumno: disminuye.

Profesor: disminuye, entonces, ¿De qué proporcionalidad se trata?

Ustedes tienen que detectar que tipo de proporcionalidad es.

Esta figura se puede sacar los metros cuadrados de superficie, cubre un total ¿cuánto?

Si tuviéramos que estimar ¿Cómo averiguamos? ¿Cuántos metros?

Vamos a estimar los metros cuadrados de esta pared. A ver para vos ¿cuánto puede tener? De alto esta pared (por la pared de atrás).

Alumno: puede tener 3 metros.

Profesor. Puede tener 3 metros. Y de largo, podríamos estimar por la cantidad de cerámicos, si contáramos la cantidad de cerámicos.

Alumna: hay 12 cerámicos hasta aquí.

Alumno: si hay 21.

Profesor: hay 21 cerámicos más, dos más, en total 23 cerámicos. Cada cerámico tiene 30 cm. A ver medidos tiene 30 cm. Ahora hacemos 23 por 0,30m.

Alumna: 6 metros coma noventa.

Profesor: 6

Alumna: 6,90 metros.

Profesor: 6,9 m. Bueno, ¿cómo hallamos la superficie?

La superficie se halla base por altura. Entonces la superficie sería 6,9m la base por 3m que es la altura. Casi 21 metros cuadrados. La unidad es metro por metro es metros cuadrado. Por ej. Un balde de 20 litros de pintura cubre 8 metros cuadrado de pared.

Pero volviendo a la pregunta del problema, es si tenemos más ancho se achica el largo. ¿Qué va a pasar con el largo?

Alumna: después tenemos tres horas de Biología, o nooo….

Profesor: chicos, hacemos el planteo y después salimos al recreo. A ver ¿Cómo sería el planteo?

3,6 m de largo -----------2,4 m de ancho

X ----------------------------2,88 m de ancho

Si aumenta el ancho va disminuir el largo. Es una proporcionalidad inversa

3,6 m ----------- 2,88 m

X --------------- 2,4 m

X= ... seguro sale menos de 3,6 metros.

En este problema se analiza como varía la proporcionalidad, se trata de una proporcionalidad inversa. Si bien, en el marco de la interacción docente- alumno se relaciona la situación con una determinada cantidad de tela, se vincula con una superficie de forma geométrica rectangular. Se juega con la variación de la variable x que representa el largo y la variable y, el ancho, manteniéndose constante la superficie. Inclusive, se relaciona la situación con otra más concreta, que es determinar el área del salón, a través de contar la cantidad de cerámicos de largo por el ancho del aula, a efectos de que puedan comprender el significado o lo que representa el área. Ahora, los alumnos no logran tomar conciencia que la superficie al ser una magnitud que se mantiene constante y responde al esquema multiplicativo, representa la constante de proporcionalidad inversa en esta situación. Desde el lenguaje natural, logran darse cuenta, el juego de las variables, aumenta una mientras disminuye la otra, pero no avanzan en la representación simbólica-escrita. Tampoco aparece el concepto “en la misma proporción”, es como que este concepto no toma la relevancia necesaria para construir la idea o la conceptualización de proporcionalidad inversa. Esta conceptualización en relación a la organización matemática puesta en juego está vinculada al rol que juegan las propiedades.

Siguiendo a Doyle, W. (1990) (citado por Sacristán Gimeno y Pérez Ángel, 1997) prevalece como dimensión del proceso de enseñanza aprendizaje la estructura académica de tareas, es decir**,** la dimensión estrictamente instructiva de la tarea docente. Es evidente, la necesidad de una intervención docente, desde una mirada que permita fomentar la actividad matemática a partir de problematizar la situación, estimulando la búsqueda de explicaciones o argumentos como actividad de naturaleza discursiva.

4.5) Las actividades de enseñanza-aprendizaje de las funciones de proporcionalidad y el uso de GeoGebra

A partir de este momento, en el marco de la investigación crítica, que se preocupa por los aspectos sociales y políticos del aprendizaje de la matemática, (Skovsmose y Borba, 2004), es decir, proveer acceso a las ideas matemáticas a todos, relacionada con el uso y funciones de las mismas en práctica, la investigación se centra en cuestiones que tiene que ver con los modos de comunicación en la clase vinculados al acceso a recursos tecnológicos. Significa explorar lo que no se da en una situación real, y en este caso concreto, se detecta la escasa motivación en diferentes grupos de estudiantes. Se evidencia lo poco atractivo que resulta el abordaje de las funciones proporcionales, desde el planteo de situaciones problemáticas rutinarias, transformándose en horas interminables y de aburrimiento para el joven o adolescente, desconectada de sus necesidades prácticas.

Se busca un trabajo conjunto y cooperativo con el profesor, basado en el razonamiento crítico, a efectos de imaginar una nueva situación que implique un cambio, de manera progresiva, en cuanto a, los modos de relacionarse con esta ciencia en el aula. Para eso, se imagina como alternativa, utilizar el GeoGebra, desde un nuevo escenario de participación, el aula de computación. El GeoGebra es un programa computacional, de tipo heurístico que relaciona álgebra-geometría-cálculo y se puede bajar desde la web de manera gratuita (http://www.geogebra.org/cms/en/installers) y es de fácil uso para los requerimientos de esta investigación. Con la idea de ampliar las condiciones, en cuanto a tareas o actividades, se piensa en generar situaciones que permitan en forma progresiva, contrastar y validar procedimientos y resultados puestos en juego, por los estudiantes. Es necesario, considerar enfoques vinculados con un tratamiento que permita conectar las distintas formas de representación, tales como numérico, aritmético, algebraico, geométrico y analítico a partir de un proceso de interpretación, modelización y resolución de situaciones problemáticas.

Analizar como dimensión la interactividad alumno-actividad, alumno-alumno, alumno-profesor. Se piensa ¿qué podría suceder con el uso de un software libre como el GeoGebra para el aprendizaje de las funciones que representan proporcionalidad directa e inversa? ¿Qué razonamientos, conocimientos y medios de validación se pondrán en juego? ¿Qué preguntas o nuevos problemas surgirán? ¿Cómo evolucionarán esos conocimientos? ¿Podrán adoptar una actitud diferente hacia su escolaridad? ¿Podrán mejorar su autoestima?

Esta situación imaginada, donde cada alumno cumpliría un rol protagónico, a través de la posibilidad del uso del recurso tecnológico, se negocia la adaptación de una nueva situación basada en la organización práctica de la institución donde se desarrollará la experiencia, puesto que si bien, tiene una sala con un número considerable de computadoras, no alcanza una para cada alumno. Hay algunas computadoras que tienen problemas técnicos. Se negocia una alternativa práctica, proveer a cada computadora con el programa, que para eso previamente hay que des-frisarlas y luego volver a frisarlas. Este proceso se realiza, a nivel institucional, a efectos de proteger los programas instalados en las computadoras debido a que son utilizadas por los diferentes cursos de la escuela.

Se acuerda, formar grupos de trabajo por computadora, para optimizar los recursos. Seleccionar problemas trabajados de la secuencia dada en las clases anteriores pero desde un marco geométrico, es decir, trabajar con la representación gráfica de los mismos, para analizar comparativamente con el desarrollo analítico. Obviamente, como trabajo previo se acuerda con el profesor, hacer hincapié, en el reconocimiento de las distintas funciones que presenta el programa.

El objetivo fundamental, es que el grupo de estudiante, en este primer encuentro con el programa, se familiarice con el uso de las funciones elementales, teniendo en cuenta los aportes de una de las investigaciones de referencia "Formulación de conjeturas en actividades con Cabri-Géomètre" (Sánchez Sánchez y Mercado Martínez, 2001). Las funciones elementales que deben manejar: el aspecto o vista gráfica, uso de los ejes cartesianos, cuadriculación del plano para facilitar en el mismo la representación de puntos mediante coordenadas cartesianas, desplazamiento de la vista gráfica o ejes, establecer la escala de los ejes de acuerdo a lo solicitado en el problema, rotular cada eje de acuerdo a la unidad que va a representar. Es muy importante, la lectura del problema a trabajar, representar los datos a través de puntos en el plano, unir los puntos representativos, analizar las distancias en que se ubican los puntos, relacionar las distancias con las propiedades de la proporcionalidad directa, unir los puntos mediante una recta. Visualizar si la recta pasa por el origen del sistema de coordenadas cartesianas. Intercalar valores en x o en y, luego, analizar en función de las propiedades el valor correspondiente respectivo.

La obra matemática que se pretende enseñar es proporcionalidad directa e inversa. Aplicaciones. Uso del software GeoGebra para la representación gráfica de las funciones directa e inversamente proporcionales. Análisis de situaciones problemática. Modelización clásica, algebraica y funcional.

Como tarea

Reconocimiento de herramientas y menús a través de la barra de botones que se encuentra en la parte superior del programa GeoGebra. Cada botón visible es activable haciendo clic sobre él, e incluye una flechita en su esquina inferior derecha que al ser activada con un clic despliega todos los botones disponibles relacionados con el visible.

Reconocimiento de las vistas: algebraica, gráfica y la hoja de cálculo que permite tres tipos de representaciones de un objeto, gráfica, algebraica y tabular ubicada en la parte central.

Representación gráfica de puntos a través de coordenadas cartesianas, con la extracción de datos de primer problema de la guía.

Problemas de proporcionalidad simple

1) Un saco de 20 kg de naranjas cuesta 50 €. Calcula:

a) ¿Cuánto cuestan 25 kg?

b) ¿Cuántas naranjas puedo comprar con 62.50 €?

2) Siete albañiles construyen 2100 m de muro en una jornada. Calcula:

a) ¿Cuánto muro construirán 5 albañiles en una jornada?

b) ¿Cuántos albañiles serán necesarios para construir 1500 m en una jornada?

3) Un coche recorre 240 km en 3 horas. Calcula:

a) ¿Qué distancia recorre en 2 horas?

b) ¿Cuánto tarda en recorrer 160 km?

4) Sabiendo que 6 grifos llenan un depósito en 4 horas. Calcula:

a) ¿Cuánto tardarán 8 grifos?

b) ¿Cuántos grifos serán necesarios para llenar el depósito en 3 horas?

5) Para recoger una campo de 200 ha en un día son necesarias 4 cosechadoras. Calcula:

a) ¿Cuánto medirá un campo que se puede recoger por 6 cosechadoras en un día?

b) ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para recoger 300 ha en un día?

6) Para confeccionar un traje es necesario un trozo de tela de 3.6 m de largo por 2.4 m de ancho.

a) ¿Qué largo deberá tener la tela si tiene un ancho de 2.88 m?

b) ¿Qué ancho deberá tener la tela si tiene un largo de 3 m?

7) Si un árbol de 24 m de alto proyecta una sombra de 10 m, calcula:

a) ¿Cuánto mide la sombra de un árbol de 30 m?

b) ¿Cuánto mide un árbol que tiene 12.5 m de sombra?

8) Con el dinero que tengo en el bolsillo puedo comprar 15 paquetes de pipas a 4 € el paquete. Calcula:

a) ¿Cuántos paquetes de cacahuetes a 5 € el paquete puedo comprar?

b) ¿Cuánto cuesta un paquete de cacahuetes si puedo comprar 12 paquetes?

9) Un grifo que está abierto 20 minutos hace subir el nivel de un depósito 30 m. Calcula:

a) ¿Qué altura alcanzará el depósito si el grifo está abierto media hora?

b) ¿Cuánto tiempo tardará el grifo en alcanzar 45 m de altura?

10) Seis perros se comen un saco de pienso en una semana. Calcula:

a) ¿Cuánto le durará el saco a 2 perros?

b) ¿Cuántos perros tengo si el saco me dura 21 días?

Nota: En primer lugar debes indicar si se trata de un problema de proporcionalidad directa o inversa. En cada ejercicio la respuesta de un apartado es el dato del otro. Esto significa que sólo es necesario hacer uno de los dos apartados de cada problema y que puedes saber si te has equivocado.

Las tareas que desarrollan los estudiantes, visualizar menús y herramientas, en relación al uso del programa, a efectos de utilizarlo en resolver los problemas de la guía, tanto gráfica como analíticamente, con el análisis previo de cómo se relacionan las variables en la proporcionalidad.

En la observación, se detecta que la mayoría de los estudiantes saben encender la computadora e ingresar de acuerdo a las indicaciones al programa GeoGebra. Por otro lado, saben utilizar otros programas como word, excel, paint, internet, correo y chat, aspecto importante, que incide en el proceso de instrumentación y de instrumentalización, según Trouche, (2005) citado por Iranzo y Fortuny, (2009). Una de las problemáticas que surge es que no todos tienen acceso a una computadora, por lo que los estudiantes deben agruparse, debido a que no todas están en condiciones óptimas de funcionamiento. En este primer encuentro se insume mucho tiempo para el reconocimiento de las funciones del programa para lo que se requiere en el tema a trabajar. Por otro lado, el profesor es requerido permanentemente por los estudiantes, debido a que necesitan ayuda para reconocer las funciones del programa, para el caso concreto, y lograr representar las funciones proporcionales. También, se evidencia en el docente, ciertas inseguridades en el uso del programa puesto que trabaja de esta forma por primera vez. No tiene experiencia en el uso de recursos digitales en el aula, aunque, sí de manera personal.

Clase del día Jueves 17 de julio de 2010 (Cantidad de alumnos presentes: 31)

TEMA: Proporcionalidad directa e inversa. Uso del GeoGebra para la representación gráfica de las funciones directa e inversamente proporcionales.

El profesor ingresa al aula, luego de saludar a los alumnos, les comenta que en el día de la fecha los va a llevar a la sala de computación para trabajar con un programa, les explica algunas características del mismo y que tienen que llevar las fotocopias de los problemas de la clase anterior para trabajar el GeoGebra como herramienta que apoyará para el razonamiento de los mismos. Solicita orden para bajar del salón a la sala de computación.

Los alumnos ingresan a la sala de computación. Dialogan, se ríen, charlan. Se distribuyen por computadora de a dos o tres. Hay algunas máquinas que tienen inconvenientes y no las pueden utilizar, se vuelven a acomodar y redistribuir por máquina. Algunos ni bien se acomodan las encienden.

Profesor: van a tener que compartir…van a tener que formar grupos de dos o tres alumnos por computadora. (se tiene en la sala de computación, 12 computadoras que funcionan).

Alumnos: bullicios…

Profesor: Chicos, ehhh, Gónzalez, evidentemente me di cuenta que saben encender las máquinas. O sea ya han trabajado. Quiero que me cuenten cuales son los programas que en Informática, no, han utilizado. ¿Cuáles son los programas que usan habitualmente?

Alumna: Internet.

Alumnos: Paint, Excel,

Profesor: Excel, Word? ¿Cuál?

Alumnos: Excel, Paint.

Profesor: el Paint.

Alumna: msm, e-mail.

Profesor: usan e-mail. Muy bien!! Lo primero que vamos a hacer, chicos, lo primero que vamos a hacer encender la compu, el monitor, también; no ingresen a ningún tipo de documento, chicos, por favor, solamente ingresen a escritorio. ¿Estamos todos en escritorio en este instante?

Alumna: profe no anda esa computadora.

Alumno: se apaga.

Profesor: se apaga? Bueno, vamos a ver…

Profesor: no ingresen a ningún documento porque en escritorio está la herramienta que vamos a utilizar.

Se solucionan problemas técnicos de algunas computadoras, algunos alumnos se ríen, charlan, otros solicitan ayuda.

Profesor: pueden ir allá atrás. Bueno…

Alumnos: risas… comentarios…

Profesor: chicos, los que ya ingresaron al escritorio, van a encontrar un logo que dice GeoGebra, por favor, ingresen, Pablooo, ingresen…bueno, recuerdan, para eso, van a necesitar buscar los datos en la carpeta,…, cuando estuvimos viendo proporcionalidad directa habíamos resuelto un problema que tiene que ver con la cantidad de grifos y la altura o nivel de agua alcanzada por los mismos, donde si aumentamos la cantidad de esos grifos que va a ocurrir con la altura o nivel de agua?

Alumno: Baja la altura.

Profesor: Baja o sube ¿Cómo sube?

Alumno: En forma proporcional.

Profesor: Al aumentar el número de grifos, nosotros veíamos que la altura de agua o nivel de agua, si se puede ver... O sea aumenta el número de grifos el nivel de agua va a ser mayor. Aumenta proporcionalmente.

Distribúyanse, distribúyanse…Ingresaron al programa…

Ingresen al programa GeoGebra,… vieron que tenemos una línea vertical y una línea horizontal, estos ejes de coordenadas cartesianas es la que nosotros vamos a representar las mediciones de las cantidades que estuvimos hablando la clase anterior respecto de la proporcionalidad directa. Vamos a ver qué gráfica surge de reemplazar los datos, la gráfica surge de representar los datos en función de la altura y de la cantidad de grifos que tengamos. Todos tienen el sistema de ejes?

Ahí vamos a representar, lo que ustedes están viendo, vamos a representar una de las proporcionalidades directas. El origen, el origen es el cero, donde se inicia el sistema de ejes cartesianos. Del cero a la derecha tenemos valores positivos o negativos?

Alumno: positivo.

Profesor: positivo. Y del cero a la izquierda?

Alumno: negativo.

Profesor: negativo. Y del cero hacia abajo

Alumna: negativo.

Profesor: negativo. Y del cero hacia arriba, es decir, en forma vertical valores positivos.

El eje horizontal lo denominamos eje x (abscisa). El eje vertical lo denominamos eje y (ordenada).

En el eje x vamos a representar la cantidad de grifos. En el eje y ¿Qué vamos a representar?

Alumno: la altura.

Profesor: la altura. En qué unidad vamos a medir? En metros. La altura en metros. Entonces, La altura va a depender de la cantidad de grifos? Si o no?

Alumnos: sí.

Profesor: Va a depender de la cantidad de grifos. Cuántos más grifos abiertos más altura o nivel de agua va a alcanzar. Entonces, podemos decir que la altura o nivel de agua va a estar en función de la cantidad de grifos. Cuánto más cantidad de grifos o canillas se tenga más altura o nivel de agua se va a tener, cuánto menos grifos de agua menos nivel o altura se va a tener.

Vamos a representar de manera que todos puedan ver. Chicas, Vengan a trabajar acá. Qué todos puedan ver y trabajar bien.

Bien, el programa nos va a permitir representar varias funciones, el programa nos va a permitir más adelante realizar gráficos, temas como los movimientos en el plano, como rotación, traslación, simetrías, etc. van a poder evidenciar bien gracias a este programa. Lo importante que empecemos a utilizar esta herramienta y la vamos a empezar a utilizar con este tema que estuvimos hablando, que es, proporcionalidad directa. Ustedes miran, van a encontrar arriba un ícono que nos dice archivo, edita, vista, opciones, herramientas, ventana, ayuda, y si se van un poquito más abajo barra de herramientas, tenemos varios íconos, el primero tenemos una flechita, si hacemos clic allí, ¿Qué nos dice? Elige y mueve... Chicos, vayan visualizando que opciones les ofrece cada uno de esos íconos.

Chicos, ustedes no están interesados en trabajar?

Profesor: chicos, vean cada una de las opciones que trae cada ícono. En cada cuadradito en el extremo derecho, van con el mouse, ven, aparece un triangulito rojo, ahí hagan clic y se despliega, las opciones. A ver prueben…en cualquiera de ellos. Esooo, muy bien -mientras observa el trabajo de los alumnos.- En cada uno de ellos se van desplegando las tareas. Tomen cualquiera de los cuadraditos, hacen clic y se despliegan en cada uno de ellos todas las tareas que pueden realizar. Por ejemplo el quinto ícono o quinto cuadradito, hacen clic en el triángulo rojo. Les dice polígono y polígono regular. Evidentemente, si ustedes hacen clic en el vértice que aparece un triangulito rojo, tienen la opción de poder marcar puntos para poder representar un polígono. Puede ser un triángulo, un cuadrado, un pentágono, un hexágono, un heptágono, sí?

Según la cantidad de puntos que ustedes utilicen para representar ese polígono. Entonces nosotros vamos representar puntos para unir la recta. ¿Cuál tenía para representar puntos? El segundo?

Alumnos van probando, se ríen, realizan comentarios.

Profesor: si ustedes hacen clic en el segundo ícono, ahí qué pueden determinar? Pueden marcar puntos, bien, después, pueden marcar la intersección de dos objetos. Bueno, ahora les pregunto en función de lo que estuvimos viendo hasta el momento, qué puntos obtenemos a partir de la intersección de coordenadas?, y cuáles serían las coordenadas, para el ejemplo que estuvimos viendo de la proporcionalidad directa?. Vemos dos coordenadas, una en x.

Alumnos: y la otra en y.

Profesor: la otra en y. Vayan mirando la carpeta cuando estuvimos trabajando con los grifos, cuando teníamos seis grifos ¿Qué altura correspondía tomar? Pero van a tener que mirar sus carpetas porque no van a poder realizar.

Alumnos: algunos abren sus carpetas, buscan los problemas, otros ya lo tienen en manos, charlan mientras tanto pero se los observa interesados.

Profesor: en la hoja de trabajo, hagan clic botón derecho y aparece eje, cuadrícula... Seleccionen cuadrícula.

Ayuda a los alumnos a seleccionar cuadrícula.

Una vez, chicos, si ustedes vieron, ahora nos va a resultar más fácil determinar el punto que queremos marcar. Es más fácil encontrar las coordenadas del punto que queremos marcar, pero para eso necesitamos, mirar en la carpeta, cuando trabajábamos con proporcionalidad directa e indicábamos cuando teníamos ocho grifos ¿Qué altura alcanzaba el nivel del agua? Miren en la fotocopia de la ejercitación.

Alumnos: buscan para su representación.

Los estudiantes proceden a representar puntos en el plano teniendo como referencia el sistema de ejes cartesianos y el plano cuadriculado. Para representar puntos leen el primer problema de la guía, el cual es analizado como representante de una proporcionalidad directa.

Un saco de 20 kg de naranjas cuesta 50 €. Calcula:

a) ¿Cuánto cuestan 25 kg?

b) ¿Cuántas naranjas puedo comprar con 62.50 €?

Analizan nuevamente la proporcionalidad. Pero para la representación de los valores de x y de y en el sistema de ejes cartesianos, trabajan con correspondencia, en el eje x, representan Kg de naranja y en el eje y, precio de las naranjas, es decir, deben rotular cada eje y establecer las unidades. Para eso, necesitan trabajar con otros conceptos, como el de escala, en el cual deben hacer corresponder cada cm del eje x con 10 kg de naranja y cada cm del eje y con 10 €, a efectos de poder visualizar en el área de trabajo, vista gráfica, de GeoGebra.

Los estudiantes representan la correspondencia x= 20 kg e y = 50 €

Pero para representar la correspondencia x= 25 kg e y= 62,5 kg, el profesor pregunta previamente, ¿qué pasa si duplicamos los 20 kg de naranja, es decir 40 kg? Por lo que los alumnos inmediatamente se dan cuenta que la otra variable también se duplicará.

Unen los puntos, observando la linealidad de los mismos. Ven que la proporcionalidad directa representa gráficamente una recta que pasa por el origen.

Fue inmediata la pregunta de un alumno, ¿y si es una oferta? Buena pregunta que surge de un estudiante para problematizar la situación.

Si bien no se alcanzó a profundizar esta pregunta debido a que tocó el timbre de finalización de la clase, sirvió de disparador para que los demás estudiantes comenzaran a cuchichear y discutir, porqué no puede ser una proporcionalidad. El profesor concluye de que no es una proporcionalidad y que la gráfica, no es una recta. El profesor podría haber devuelto la pregunta, para que los alumnos sigan analizando y explorando, proponiendo quizás, a través de la búsqueda de algún ejemplo concreto que hayan visto y que lo puedan representar.

Profesor: mirando la fotocopia de la ejercitación dice: Ahí tienen el primer ejercicio de proporcionalidad directa, vamos a trabajar, vamos a indicar lo que estuvimos trabajando en este ejercicio, un saco de 20 Kg de naranja cuestan 50 euros ¿Calcula, cuánto cuesta 25 kg de naranja? Evidentemente al aumentar el kilaje de las naranjas ¿Qué ocurre con el precio?

Alumnos: aumenta.

Profesor: aumenta, sí, en qué forma? En forma…. Directa…, no solamente directa sino proporcionalmente. Aumenta proporcionalmente, por eso decimos que es una proporcionalidad directa porque al aumentar una magnitud la otra también aumenta en forma proporcional.

Bien, vamos a representar la cantidad de naranja en kilogramos en el eje x y en el eje y representemos el precio. Para representar un saco de naranja que pesa 20 kg, vamos a tener que representar 20 kg en el eje x. ¿Cómo representamos ahí en el eje x?

En el eje x vamos a representar los kilogramos de naranja, entonces al eje x le vamos a poner kilogramos, otra vez con el mouse, clic botón derecho, allí aparece eje x, eje y, luego hagan clic en eje x. O sea, a ver…. Clic botón derecho, ver eje x, eje y, ¿lo encontraron eje x, eje y? Vamos a encontrar una escala, donde dice eje x, eje y, aparece la escala, la escala 1 en 1 que es la que están utilizando, pero para poder graduar, vamos a ir donde dice, vista gráfica, la última opción que aparece, allí de nuevo abre a las opciones eje, estilo, color y allí la mayoría tiene marcado eje x, marcamos eje x, ¿por qué? Porque le damos valores al eje x, tanto para x como y aparece escala de uno en uno, entonces ahora vamos a marcar en el eje x, (la unidad y el rótulo), donde dice mínimo y máximo, sí…, colocamos desde -60 a + 60. Entonces, el eje x va aparecer graduado de 10 en 10, porque ustedes necesitan representar 20 kg de naranjas, es decir, de 10 en 10. A ver representan entonces, de -60 y +60, para representar la escala de 10 en 10 y son valores que alcanzamos a leer en pantalla. Luego aceptamos. Después, marcamos eje y, hacemos lo mismo porque para el eje y también necesitamos representar de 10 en 10. Para el eje y, entonces también la misma escala.

Quizás les conviene utilizar un color oscuro para distinguir ejes.

Recorre las computadoras para ver el trabajo de cada grupo. Se hacen correcciones con respecto a las escalas y a su forma de graduar.

Profesor: no olviden de marcar mínimo y máximo. Con eso cambia eje x e y, la graduación. Pero ustedes también tienen que rotularlo, sí, me escuchan?, lo tienen que rotular. Vieron donde dice rótulo, le vamos a poner un rótulo al eje x y un rótulo al eje y. O sea nuevamente vamos a marcar eje x y nuevamente vamos a marcar eje y para ponerle el rótulo. ¿Ustedes tienen que representar naranjas y, ¿qué más? El precio de las naranjas, kilogramos de naranjas, entonces, sobre ¿qué eje van a representar los kilogramos de naranjas?,… porque tenemos que rotularlo. Entonces marcan eje x, donde dice rótulo pongan kilogramos, es decir hacen clic en eje x, de manera que quede marcado, pongan kilogramos en rótulo, la palabra o bien la abreviatura como quieran expresarlo. ¿Cómo usan la palabra kilogramos? Abreviada? Se acepta.

Luego vamos al eje y, sí, ¿qué rótulo le ponemos al eje y? Marcamos el eje y, le ponemos el rótulo al eje y ¿cuál es el rótulo para el eje y? Precio, no?

Alumnos: precio.

Profesor: ¿Qué decía el problema?

Alumnos: precio en euros.

Profesor: o bien podemos utilizar euros, el precio en euros. Euros, entonces, en rótulo. Luego aceptan, cierran.

Recorre las computadoras para ver los avances de cada grupo. Hace correcciones a algunos, la mayoría han seguido los pasos correctamente.

Profesor: ya tenemos en el eje x para representar la cantidad de naranjas, en kg, y en el eje y, el precio, en euro para poder representar.

Voy hacer una observación, hay algunos que le salen cuadraditos, le quedó representada la cuadrícula en cuadrados, a otros le salió más alargado-rectangular- vayan nuevamente a vista gráfica, marquen nuevamente eje x o eje y, vieron cuando marcaron eje x o eje y, el máximo y mínimo, debajo de eso dice, eje x eje y vean que diga 1 y 1. Porque si dice 1,4 salen rectángulos –más alargados- que la escala vaya de 1 en 1. Observen que diga 1 y 1 en la escala. A ver, le cambiaron? Donde cambiaron quedó la cuadrícula pareja –cuadraditos- tiene que ver la escala, en 1cm representan 10 cm.

Alumno: venga profe!!!

Profesor: le cambiaron? Cambien el mínimo y el máximo, de -60 a + 60, ustedes tienen 100, aparece de 100 en 100 la escala, pero necesitan de 10 en 10.

Vamos a marcar el primer punto que tienen como dato y el primer punto para marcarlo, ¿Cuál va a ser la coordenada del primer punto? Es decir, ¿cuánto cuesta los 20 kg de naranjas?

Alumnos: 50 euros.

Profesor: entonces ¿Cómo marcamos las coordenadas de este punto? En el eje x, cuántas naranjas.

Alumno: 20 kg

Profesor: 20 kg, ¿y en el eje y? En euros, el precio de los 20 kg. Unimos las coordenadas del punto, seguimos líneas de puntos entre 20 y 50.

Para mover, puesto que en la pantalla no se ve el punto, el ícono que tiene las flechitas o crucecita, sí…, que dice desplazar vista gráfica, desplazan para ver el punto. Es decir, van a la pantalla general y van a poder mover la pantalla para acomodarla de acuerdo al punto que quieran marcar. Es el último ícono, es una flechita que dice desplazar vista gráfica, hacen clic allí, aparece una crucecita en la pantalla y con eso pueden mover la pantalla manteniendo presionado con el mouse y ubicarla de acuerdo a como necesiten.

Observa el trabajo de los distintos grupos como realizan el desplazamiento de pantalla para representar gráficamente el punto.

Bueno, lo que quiero es repetir la experiencia porque todavía no lo han logrado, es ir donde dice, desplaza vista gráfica, que es el último ícono, todos están viendo el último ícono? Con el primer botón o botón izquierdo, hacen clic en esa crucecita, sí..., luego llevan a la pantalla, manteniendo presionado el botón izquierdo desplazan su gráfica. A ver prueben a hacer ese movimiento. Bien, vamos marcamos el ícono, último ícono que dice mover, ¿está? ¿Me van siguiendo? Bueno, hacen clic, van a la pantalla aprietan nuevamente botón izquierdo y mueven la pantalla de acuerdo a lo que necesiten trabajar. ¿Prueben? Está, todos pudieron mover pantalla, ¿a alguien no le sale? Si se desactiva, la vuelven a activar, siempre apretando botón izquierdo para poder mover.

Bueno, algunos ya tienen marcado el punto, para 20 kg de naranja cuesta 50 euros ¿cómo marcan ese punto?

Alumna: con el ícono.

Profesor: ¿Con qué ícono?

Alumna: el segundo.

Profesor: el segundo. Activan el segundo. ¿Está? Y buscan las coordenadas, x= 20 kg e y= 50 euros. A ver ¿todos hicieron eso?

Recorre y mira los trabajos. Perfecto.

Por ejemplo, si marcan mal el punto y lo quieren borrar ¿Qué hacen? Acercan con el mouse la flechita al punto, ¿probamos?, hacen clic botón derecho, aparece cuando se despliegan las distintas opciones, borrar?

Alumnos: sí.

Profesor: bueno, le dan un clic y se borra el puntito. Es decir, quieren borrar porque, por ejemplo, se equivocaron, acercan el mouse, clic botón derecho, clic en borrar.

Recorre y atiende las dudas de los alumnos. Mira como han graduado cada eje, de acuerdo a la escala a utilizar, 10 cm para representar en 1cm. Hace correcciones en algunos grupos que no lo han hecho de manera correcta.

Profesor: chicos, ahora marcamos el otro punto, marcamos para 20 Kg, 50 euros. Para 25 kg 62,5 euros. Debemos pensar lógicamente, si 20 kg cuesta 50 euros, cuánto costará 40 kg? Si duplicamos la cantidad de kg de naranja costará el doble es decir, 100 euros. Unan estos dos puntos y ahí vamos a poder determinar la gráfica.

Alumno: Y si es una oferta, Profesor?

Profesor: y si es oferta no va a ser una proporcionalidad, la gráfica no va a ser una recta.

Toca el timbre, los alumnos charlan, preparan sus útiles, acomodan sus cosas.

Bueno chicos apaguen las máquinas. Les deseo felices vacaciones, que descansen y nos reencontramos luego de 15 días.

Se analiza la clase con el profesor, de la que se destacan cambios importantes:

El clima de concentración de la clase, puesto que cada uno de los estudiantes se los ve involucrados en explorar el programa, tratar de entender sus funciones para realizar la tarea. El profesor se siente solicitado por los alumnos para resolver sus dificultades, en cuanto a aspectos, tanto técnicos en relación al programa computacional, como procedimentales-didácticos en relación a representar los datos del problema. El foco de atención se descentraliza del profesor hacia los alumnos. Toman protagonismo trabajando en las computadoras. Comienza a surgir preguntas en relación al tema. La clase si bien como otras, por momento los estudiantes hablan y hasta se desordenan, pero lo hacen en torno a su trabajo.

Se logran realizar las tareas previstas.

Como dificultad, vemos que estos alumnos, no tienen la posibilidad de seguir trabajando con esta herramienta más allá del aula, por lo tanto se debe potenciar su uso en la escuela.

Continúan con el tema en la clase del día 03 de agosto de 2010 (34 alumnos presentes).

Reintegrándonos de las vacaciones de invierno, se acuerda con el profesor realizar una revisión de lo que se venía trabajando. Se adelantan las horas de matemática debido a la ausencia del profesor de otra materia. Surge un imprevisto, que en las dos primeras horas se trabaja en el aula porque otro curso que tenía computación estaba ocupando la sala con computadoras. Las dos horas siguientes, sí trabajan en la sala de computación. Se representa nuevamente, a manera de repaso, el mismo problema de la clase anterior. Se avanza no sólo en la representación gráfica, sino también, en la representación simbólica- escrita. Lo hacen en papel, en el aula, para luego representar con el programa GeoGebra, en las horas siguientes en la sala de computación. Por ejemplo

Profesor: Nos pidió la preceptora que podamos adelantar, para que ustedes se puedan ir más temprano, creo que les va a venir bien.

Vamos a repasar lo que estuvimos viendo, se acuerdan que estuvimos trabajando en la última clase en la sala de informática. Estuvimos trabajando, para realizar algunos de los gráficos… y el tema que estuvimos trabajando tiene un título, tiene un nombre-.

Alumnos: regla de tres simple.

Profesor: estuvimos aplicando regla de tres simple, correctamente,… pero el tema en sí.

Alumnas: problemas de proporcionalidad.

Profesor: proporcionalidad,

Mientras escribe en el pizarrón “Regla de tres simples”.

Pregunta: La última clase estuvimos representando ¿qué tipo de proporcionalidad? ¿La directa o la inversa?

Alumnos: directa o indirecta.

Profesor: indirecta o inversa. La última clase que estuvimos trabajando, estuvimos representando ¿qué tipo de proporcionalidad?

La directa o inversa.

Alumno: la directa.

Profesor: la directa, sí, cuando estuvimos haciendo la gráfica, cuando marcamos puntos y unimos, dos puntos de esa gráfica, ¿qué es lo que obtenemos como gráfica? …¿qué es lo que obtenemos?

Alumno: porcentaje.

Profesor: porcentaje.

Alumna: noooo.

Profesor: ¿qué es lo que vemos en el gráfico, qué se representa?

Alumna: una línea.

Profesor: una línea, sí… y… ¿cómo es esa línea?

Alumnos: línea recta.

Profesor: una recta, es una recta, entonces cada vez que representemos una proporcionalidad directa,… cada vez que representemos una proporcionalidad directa, vamos a ver que,… su gráfica siempre, siempre es una línea recta. Y cuando representemos una proporcionalidad inversa la gráfica, ¿va a ser una recta?...bullicio…. Eso es lo que vamos a ir a develar hoy.

-Mientras escribe "proporcionalidad directa e inversa"-

Así lo que pretendo, podamos hacer, es con la fotocopia que ustedes tienen, de los cálculos que estuvimos haciendo, yo necesito que ustedes representen,…, ¿Porqué? ¿Qué es lo que estuvimos haciendo en esta última clase, en la sala de informática? ¿Qué estuvimos marcando? ¿Qué hicimos en la última clase? ¿Qué es lo que estuvimos haciendo? Eh!!!

Alumno-Juanca-: estuvimos representando la cantidad de naranja, cuántos sacos.

Profesor: estuvimos representando, ¿se acuerdan?, que en algún momento estuvimos trabajando donde x es una variable que tiene un nombre que se llama, una variable independiente, que en este caso, algunos de nuestros ejemplos podría haber sido el tiempo, y la variable y se llama variable dependiente ¿y de qué depende?

Independiente ¿Por qué? Porque le podemos dar cualquier valor. Yo puedo saber que de una cierta cantidad de horas ¿Cuánto espacio se recorre?, si es que la proporcionalidad es directa, ir aumentando la cantidad de horas, evidentemente mayor cantidad de espacio voy a recorrer y si estamos hablando de movimiento de un cuerpo cuando laaaaa… la velocidad es constante. Bien ¿Qué es lo que vamos hacer antes de ir a trabajar a la sala?, necesitamos saber ¿Qué es lo que vamos a representar? ¿Qué estuvimos representando nosotros, qué, cuando hacíamos esto en la compu?

Alumnos: Estuvimos representando puntos…

Profesor: Buscábamos puntos, pero un punto, un punto, chicos…, pero para marcar un punto, ¿qué necesitamos saber?

Alumnos: las coordenadas, porcentaje.

Profesor: Si yo quiero marcar un punto ¿qué necesito saber,… ? Los números?

Alumnos: sí…

Profesor: ¿cuáles son esos números? Vamos a representar lo que hicimos en la sala. Vamos a leer, dice:

Un saco de 20 kg de naranja cuesta 50 euros, cuánto cuesta 25 kg? Ustedes lo habían hecho a esto, no cierto?

Alumnos: síiiiiiiiii.

Profesor: ¿cómo habíamos representado? Las naranjas en función de lo que cuesta o lo que cuesta en función de las naranjas?

Alumnos: las naranjas en función de lo que cuesta.

Profesor: Aquí representamos los kg –marcando en el pizarrón el eje x - y aquí representamos los euros –marcando en el pizarrón el eje y-

Entonces 20 kg de naranja ¿cuántos euros cuestan?

Alumnos: 50 euros.

Profesor: un saco de 20 kg de naranja cuesta 50 euros y la pregunta dice ¿Cuánto cuesta 25 kg?

Alumno: si, 62 y pico.

Profesor: ustedes habían calculado eso, ¿no?

Alumna: si, profe.

Profesor: ¿Y, cuánto cuesta?

Alumnos: a coro 62, 50.

Profesor: -escribe arma la tabla en pizarrón-

X (cantidad de naranja en kg)	Y (precio es euros)
20	50
25	62,50

50/20 = 2,5 = k

62,5/25= 2,5=k

Profesor: ¿y cómo hicieron? ¿Cómo calcularon?

Alumna: multiplicamos. Y después dividimos.

Profesor: multiplicamos y después dividimos.

Se acuerdan que hacíamos este tipo de cálculo.

Alumnos: sí…

Profesor: Fernando, ¿cómo resolvemos este cálculo?

Alumno: multiplicar y dividir.

Profesor: ¿Cómo sería, entonces?

Alumno: 25 por 50.

Profesor: tengo la regla de tres simple

20 kg —— 50 €

25 kg —— x

Alumno: es una regla de tres simple.

Profesor: vamos a tratar de que te sirva Fernando, ehh!! 25 si es una regla de tres simple, evidentemente, si aumentas la cantidad de naranjas o kg de naranja vas a tener que pagar más plata, ¿si o no?

Alumno: Si…

Profesor: entonces sabemos que esto es una proporcionalidad directa ¿Por qué?

Porque al aumentar la cantidad de naranja evidentemente va a aumentar el monto, al aumentar una también aumenta la otra variable. Entonces, ¿Cómo resolvemos esta PROPORCIONALIDAD directa? Armando la regla de tres simple que estuvieron trabajando ustedes. Una vez que armamos la regla de tres simple nuestro parámetro, la guía va a ser esto, 20 kg… 50 euros, entonces 25 kg va a ser lo que queremos averiguar. Entonces, ¿cómo resolvemos? Multiplicamos.

Alumna: 25 por 50 dividido 20.

Profesor: -escribe en el pizarrón X= (25. 50): 20 €= 62,50 €-

Nos queda 62,50, me dijeron, ¿sí o no?

Alumno: euros.

Profesor: 62,50 euros. Bien!!! Entonces aquí va ser 62, 5 euros.

Si hacemos 50 dividido 20 ¿Cuántos nos da? Yo no sé dividir, así que si me enseñan.

Alumna: yo tampoco.

Alumno: 2,5.

Profesor: 2,5- Entonces miren en el celular, tiene calculadora, saben usar bastante bien, ¿sí o no?

Alumnos: sí…

Profesor: si hacemos 62,5 dividido 25 ¿Cuántos nos da?

Alumno: eh! 2,5 nomás.

Alumnos: 2,5.

Profesor: chicos si dividimos la variable y con la variable x, tenemos un número, ¿cómo se llama? Dividimos la variable y sobre la variable x ¿Cómo llamamos? Abrimos la carpeta, miramos para atrás.

Alumna: ¿Qué parte?

Profesor: cuando estábamos trabajando con proporcionalidad directa.

Profesor: ¿cómo se llama? Cuando dividimos la variable y por la variable x y nos da siempre un mismo número ¿Cómo se llama?

Alumna: Constante.

Profesor: Constante. Constante de proporcionalidad.

Entonces piensen en esto, cada vez que ustedes tienen una proporcionalidad, en este caso una proporcionalidad directa que van a dividir y dividido x, siempre les va a dar un número, este número va a ser la constante de proporcionalidad, entonces cuando yo les pregunté 62,5 dividido 25 no hacía falta hacer el cálculo porque estamos hablando de una proporcionalidad directa, al hacer el cociente o división allí, ya sabemos que todos los cocientes.

Alumno: todos los cocientes dan lo mismo.

Profesor: exactamente.

En proporcionalidad directa la constante va a ser siempre la misma en todos los cocientes, en este caso siempre es 2,5, el valor de la constante de proporcionalidad. Bueno! Lo que quiero que ustedes hagan, es esto justamente, que podamos representar por lo menos de cada uno de los ejercicios las respuestas que nos están pidiendo. Vieron lo que las consignas nos piden, bueno yo quiero que armen las respuestas, ¿por qué? Porque cuando vayamos a trabajar con las máquinas con el programa GeoGebra es esto lo que vamos a representar para cada uno de los ejercicios. Vamos a tener que buscar las coordenadas para 20, para 20 vamos a necesitar representar.

Alumno: 50

Profesor: si aquí representamos kg de naranja acá vamos a representar los euros. Lo que vamos a necesitar representar para 20 kg ¿Cuánto euros son?

Alumnos. 50

Profesor: o sea que vamos a marcar este primer punto. ¿Sí o no?

Alumnos: sí…

Profesor. Un punto se marca a partir de coordenadas ¿Cuáles son las coordenadas? Las coordenadas son: … 20, en este caso, es x, y… en y, en este caso, 50 euros. Una vez que tenemos el punto,… si queremos representar el otro punto ¿Cómo lo hacemos? ¿Cómo representamos el otro punto? 25 entre el 20 y el 30.

Alumnos: sí…

Profesor: vamos a prolongar la línea de puntos hasta llegar ¿a dónde?

Alumno: hasta 62,5.

Profesor: 62,5 estaría más o menos por aquí. Entonces, una vez que tenemos estos puntos ¿Qué ocurre? si unimos.

Alumno: no queda una línea recta.

Profesor: nos queda una línea recta, que hace referencia justamente a una proporcionalidad directa. Esto lo vamos a hacer en la máquina, lo que yo necesito que hagan ustedes para cada uno de los ejercicios es esto, en la carpeta, porque para eso vamos a llevar los datos y vamos a ir a graficar allá, estamos? Entonces una vez que vayamos a trabajar allá, yo traje un pendrive, vamos a armar una carpeta, con cada grupo de alumno vamos a armar una carpeta con los nombres y con sus trabajos. Entonces, una vez que está graficado lo vamos a incorporar adentro de la carpeta y lo vamos a bajar acá (mostrando el pendrive), entonces acá vamos a tener una nota de los trabajos.

Si bien, no se explicitan como propiedades, surge de manera natural que el cociente entre las cantidades de las magnitudes que se corresponden da un valor constante y que para cada cociente se repite ese valor. También, analizan que uniendo los puntos que representan las correspondencias, da gráficamente una recta que pasa por el origen. Estas propiedades fundamentan que el problema que están trabajando representa una proporcionalidad directa, van construyendo de esta manera, el concepto de proporcionalidad directa.

En la sala de computación se ubican por grupos en cada computadora

Profesor: vamos a ver como graficar lo que ustedes han graficado en sus carpetas pero ahora utilizando GeoGebra. Entonces, con el programa GeoGebra vamos ir ingresando, vamos ir representando los puntos para poder determinar la primera recta, de este primer ejercicio, para 20 kg de naranjas 50 euros, para 25 kg de naranja 62,5 euros, unimos esos dos puntos y determinar la gráfica de esta función proporcional.

Todos tienen el programa en sus computadoras? Tenemos que representar la primera gráfica que es la de …. Dame lugar, por favor, eh!… A ver acá, ingresan al GeoGebra…

Alumnos: van ingresando al programa…se ríen. Charlan…algunos tienen dificultades con la compu, se cambian de computadora, se reorganizan.

Profesor: para los que no tienen desplegada la cuadrícula, ya que es mejor para trabajar con las coordenadas, hacen clic botón derecho se despliega un menú, hacen clic con botón izquierdo en cuadrícula. Todos pudieron hacerlo? Todos..

Alumnos: sí.

Profesor: vamos a tener que graduar y utilizar una escala, la de 10 en 10, para cada eje. Para eso nuevamente, botón derecho y de ahí, buscamos vista gráfica, en el menú que se despliega, se hace clic en vista gráfica con botón izquierdo, se despliega un cuadro, ubican donde dice eje, sí? Me van siguiendo…, ven, acá dice, eje x, eje y,… sí, bueno!, aquí está marcado el eje x, consideramos el rótulo, ¿qué vamos a representar sobre el eje x?, ¿qué rótulo vamos a colocar de acuerdo al primer problema?,

¿Naranjas o euros?

Alumnos: naranjas, naranjas, sí,…naranjas.

Profesor: ¿Cómo se mide la cantidad?, por docena, por kg.

Alumnos: por kg.

Profesor: entonces al eje x lo rotulamos cantidad de naranja y entre paréntesis colocamos kilogramos. Donde dice mínimo y máximo como lo graduamos para visualizar la escala de 10 en 10? y en primer cuadrante que es lo que necesitamos?, por ejemplo, podemos graduar de -90 a +90, pero no es necesario,… de -60 a + 60, podemos ubicar bien en el primer cuadrante, que es lo que necesitamos para trabajar. Donde aparece escala, va 1, que representa 1cm real, para representar 10 kg.

Hacemos lo mismo para el eje y, para eso marcamos el eje y, sí,.. ¿qué vamos a representar en el eje y?

Alumno: euros.

Profesor: o sea precio. Entonces, rotulamos precio y entre paréntesis euros, sí, lo mismo hacemos para graduar el eje y, vamos a máximo y mínimo. Como queremos que nos quede de 10 en 10, la escala, colocamos mínimo y máximo de -60 a + 60 y en eje marcamos 1 y luego cerramos.

Alumno: profe venga… se apagó.

Profesor: ¿Qué pasó? Bueno, reinicia.

Alumna: Cómo hago esto?, profe…

Profesor: haz clic con el botón derecho, se despliega el menú, y haz clic en vista gráfica y de allí, rotulas cada eje.

Chicos, a muchos les queda el eje y en el centro, van a barra de herramientas, el último cuadradito hacen clic botón izquierdo, se despliega menú, eligen desplazar vista gráfica, porque vamos a trabajar con valores positivos, porque no existen valores negativos en kg de naranjas. O sea va existir, desde el cero hasta 20 kg, hasta 40 kg o hasta 25 kg, según queramos representar y, por supuesto, no existen valores negativos en efectivo en euros tampoco, entonces vamos a desplazar vista gráfica, hacemos clic ahí, Fernando,… y arrastramos hacia abajo para poder dejar solamente los valores positivos de cantidad de naranja y valores positivos de los euros que vamos a representar. Desplazar, acá, dan clic y manteniendo el botón izquierdo sostenido, pueden desplazar donde quieran-mostrando en pantalla desde proyección con cañón-.

Bueno están en condiciones de marcar el punto, marquen el primer punto para 20 kg 50 euros.

Cada grupo intenta representar los puntos en la cuadrícula. Se da un tiempo para la realización de esta tarea.

Las máquinas que no tienen o que no funciona el programa déjenla y reagrúpense, y no se olviden que tenemos también que armar una carpeta por grupo con los nombres de todos sus integrantes y grabar en un pendrive porque las computadoras están frisadas. Pueden ser cuatro integrantes por máquina. Fernando, ¿con quién trabajas?

Alumno: nuestra computadora no anda, la última anda, profe.

Profesor: chicos, marquen los dos puntos para buscar la gráfica. Recuerden que en x representamos cantidad de naranja en kg y en y precio en Euros.

El profesor va grupo por grupo observando lo que realiza cada grupo y ayudando a establecer la escala para el eje x y el eje y que es donde más dificultades tienen en ese aspecto.

Profesor: Vamos a ver ahora, como marcamos el primer par de puntos... para 20 kg de naranja 50 euros. Vamos al menú de barras de herramientas y elegimos el segundo cuadradito y hacemos clic con el botón izquierdo, sobre el triángulo del extremo inferior derecho, se despliega un menú y elegimos nuevo punto para marcar en el gráfico, el punto cuyas coordenadas son (20; 50).Entonces 20 kg de naranjas ¿Cuántos Euros cuestan?

Alumnos: 50.

Profesor: ahí marcamos el primer punto.

Ahí les quiero mostrar, fíjense, chicos, en el vértice superior, en la esquina, donde está, objetos libres, que dice, alcanzan a ver, van a, nuevo punto, marcan las coordenadas en x y en y. Se acuerdan, que para marcar un punto necesitamos marcar las coordenadas en x y en y, para 20 kg de naranja 50 euro, y ahí están las dos coordenadas, alcanzaron a marcar ese primer punto ¿sí o no?

Vamos por parte marcamos el primer punto. Ahora vamos a representar para 25 kg ¿Dónde ubicaríamos al 25 kg? Yo quiero que ustedes me ayuden

Alumnos: entre 20 y 30 kg en eje x.

Profesor: entre 20 y 30.

Alumno: sí, en el medio.

Profesor. En el medio. Marcamos el 25 hasta 62,5, entonces ¿entre que valores marcamos el 62,5 aproximadamente?

Alumno: más arriba de 60.

Profesor: ¿cuánto más arriba?, una cuarta parte entre 60 y 70

Alumno. Sí…

Profesor: sí, ¿seguro?

Alumno: sí…

Profesor: marcamos, lo movemos para mejorar la ubicación seleccionando del menú elige y mueve el punto. ¿Está bien ahí?

Una vez que tenemos los puntos vamos a unir. Sí, ¿vamos a unir?

Tenemos los dos puntos podemos unir mediante una recta? ¿Sí o no?

Alumnos: sí…

Profesor: ¿Por dónde va a pasar la recta? La recta va a pasar por el origen, porque para 0 kg es 0 euros. Vamos al tercer cuadradito de la barra de herramientas y desplegamos el menú con, un clic botón izquierdo y seleccionamos recta que pasa por dos puntos, luego hacemos clic en A y clic en B, es decir, en ambos puntos, siempre observando que pase por el origen del sistema de coordenadas cartesianas. ¿Por dónde, entonces?

Alumno: por el cero

Profesor: por el origen representado por las coordenadas (0;0), es decir 0 para x y 0 para y

Alumna: profe, cuánto tiene que dar para 25 kg? Puede ser 62,7?

Profesor: como valor aproximado está bien, pero es 62, 5 en el cálculo.

El profesor observa el trabajo realizado por cada grupo de alumnos, va mirando cómo les queda representada gráficamente la función, corrige casos en que no pasa exactamente por el origen del sistema de coordenadas cartesianas. En algunos casos hace borrar la recta y les hace volver a trazar de manera tal que pase por el origen.

Los chicos, en forma permanente, a medida que van corrigiendo, lo llaman al profesor para que vean como lo hicieron o efectúan preguntas vinculadas, a cómo lo están haciendo o cómo se hace, ya que, vuelven a realizar la actividad y no se acuerdan algunos procedimientos.

Se crea un clima de charla y bullicio en la clase entre los integrantes de los diferentes grupos pero en torno a la tarea. Se observa clima de trabajo y confianza, de consulta permanente e interés en lograr la tarea con precisión. Los estudiantes son muy naturales y expresan con confianza que no le sale o que no entienden cómo hacerlo. Se ayudan entre ellos.

Profesor. Lo que tendrían que sacar ahora es el precio por kg de naranjas? ¿Cómo podemos hacer para saber el precio por kg? ¿Cuál es el precio por kg?

Alumno. 62,5.

Profesor: piensen por kg.

Alumno: por kg, 50.

Profesor: piensen, analicen que 20 kg cuesta 50 euros, ahora 1kg, ya no los 20, los 20 cuestan 50 euros, yo quiero saber sólo 1 kg.

Alumnos: ah!! 50 dividido 20 es 2,50, sí 2,50 euros.

Profesor: entonces, ¿cuál va a ser la función que representa la cantidad de naranja por kg?

Vamos a utilizar inserta texto para colocar la función. Vamos a insertar la expresión de la función en el gráfico. Para insertar texto, hacemos clic en el anteúltimo cuadro de la barra de herramientas, se despliega el menú, y de allí, seleccionamos inserta texto con un doble clic. Con esto podemos incorporar texto a la par de nuestra gráfica. Con el doble clic, aparece un cuadro, donde allí vamos a colocar la expresión de la función que representa el precio por kg de naranja, entonces y =…

Cuál es el precio de un kg de naranja, si 20 kg cuesta 50 euros? ¿Cuánto nos va a costar un kg?

Alumna: 2,50.

Profesor: 2,50 o 2,5 y a kg, ¿con qué variable lo representamos, en qué eje está representado, eje x o eje y, el valor de los kg?

Alumno: en el eje x,

Profesor: en el eje x, entonces va a ser 2,5 qué…?

Alumno: kg.

Profesor: pero como no sabemos y queremos averiguar para distintas cantidades de kg, entonces, vamos a expresar 2,5 euros por x kg de naranjas, entonces ¿Cuál es la variable que la va a representar?

Alumnos: kg, cantidad de naranja.

Profesor: la variable, piensen sobre que eje representamos la cantidad de naranja. ¿En qué eje se representan las naranjas?

Alumno: en el eje x.

Profesor: y el precio, ¿En qué eje?

Alumno: y

Profesor: eje y. si yo quiero saber 1 kg de naranja ¿Cuánto cuesta?

Alumno. 2,50.

Profesor: ¿2 kg?

Alumno: 5 porque 2,50 por 2 es 5.

Profesor: entonces sería y = 2,50 ….

¿Cuál es el valor de la constante? Ustedes sacaron el valor de la constante 2,5 por x, si tengo 20 kg por 2,5 cuánto nos va a dar? 50

porque 20 kg por 2,5 es 50 euros, nos cuesta 50 euros, si se me ocurre al azar 10 kg de naranja ¿Cuánto nos va a costar?

Alumno: 25 euros.

Profesor: 25 euros ¿Por qué? Porque 2,5 por los 10 Kg que estamos representando en qué eje?

Alumno: en el eje x.

Profesor: en el eje x. Entonces la función que nosotros vamos a armar va a ser y, que representa el precio, va a ser y= 2, 5 por x que es el valor de los kg que vamos a ir poniendo. Vamos a ir poniendo el valor de los kg a x sabiendo que 1 kg va a costar 2,5 euros, si tenemos 10 kg va a ser 2,5 por 10 kg, nos va a quedar 25 euros. Si quisiéramos saber el precio de 1200 kg? Solamente vamos a hacer 2,5 por 1200 kg y nos va a dar el valor en euros, que nos va a salir 3000 euros.

Si nosotros quisiéramos ver en la gráfica tendríamos que desplazarnos hasta el 1200 en el eje x y unir con la coordenada correspondiente del eje y. Entonces, el valor de la constante por el valor de x en kg, nos va a dar el valor de y, que es el precio, por eso va a ser una función y la gráfica de esta función no es otra cosa que la recta que ustedes estuvieron representando. Por ejemplo, trabajando con el gráfico pueden representar en el gráfico, cuánto cuesta 10 kg de naranja, para eso, buscan para esa cantidad, el precio, se vienen hacia el eje y, pueden estimar aproximadamente el valor, cuál es el precio de 10 kg de naranjas. Si ustedes miran para 10 kg de naranjas,… para qué número les va a coincidir en la recta, para el eje y.

Alumno: profe, profe va a coincidir para 25.

Profesor: 25. Para 10 kg de naranja coincide con 25 euros. Entonces ¿Cómo va a ser la función?

La función va a ser así: **y= 2,5 x** y ahí, le damos, ok.

Chicos con el botón izquierdo, ustedes quieren acomodar el texto que escribieron, pulsan de manera que les aparece una manito y van moviendo y acomodan o ubican donde les parezca que queda mejor y luego sueltan

Lo bueno de la función y= 2,5 x es que ustedes reemplazan x por 10, es decir, y = 2,5 por 10 ¿cuántos les da?

Alumnos: 25.

Profesor: 25. Buscan en la recta, o sea marcan 10 en el eje x, trazan un segmento perpendicular al eje x hasta cortar a la recta y luego buscan horizontalmente trazando un segmento perpendicular al eje y que coincide con 25 euros.

Si reemplazan x por 20 ¿Cuántos les da y?

Alumno: 50.

Profesor: entonces buscan 20 kg en x, hacen el mismo procedimiento anterior coincide con 50 euros en el eje y. Si multiplican 2,5 por 25 ¿Cuánto les da?

Alumnos: 70 …

Profesor: Menos de 70. Les da 62,5 euros. Eso es lo bueno de obtener la función o saber el valor de la constante de proporcionalidad, porque les permite averiguar el precio para cualquier o x cantidad de naranjas, tanto en la recta como resolviendo el problema en forma analítica, sin necesidad de recurrir a regla de tres simple, directamente.

Por ejemplo, ahora con 40 euros ¿cuántos kg de naranjas puedo comprar con 40 euros? …calculen aproximadamente, mirando la gráfica.

Alumno: entre 10 y 20 unos 15.

Profesor: y si tomo 80 euros. Para 80 euros ¿Cuántas naranjas compro?

Alrededor de 30 kg, un poco más.

Si busco para 70 euros ¿cuántos kg de naranjas compro?

Alumno: aproximadamente 30.

Profesor: casi 30. Como verán en lugar de trabajar regla de tres simple pueden directamente utilizar la gráfica para calcular o aproximar.

Bueno, guardamos ahora, vamos a guardar en la máquina primero. Para eso van a archivo, hacen clic, seleccionan exporta, se despliega vista gráfica como imagen, la podemos guardar como vista gráfica como imagen, como hoja dinámica página web, pero como no tenemos internet, nos conviene como imagen. Guardamos y aparece ahí donde vamos a guardar. ¿Dónde vamos a guardar?

Alumnos: en mis documentos, imágenes…

Profesor: Vamos a elegir en mis imágenes,

¿Qué nombre le ponemos al archivo, chicos?

Alumno: tablero,

Profesor: ¿Qué nombre le ponemos?

Alumno: matemática,

Profesor: Le podemos poner el nombre de la función. Le ponemos el nombre de la producción,

La nombramos y= 2,5 x,

Alumno: si profe yo le puse así 2,5 x,

Profesor: bueno! Cada grupo se debe acordar el nombre de su imagen y ahí hacemos clic en guardar.

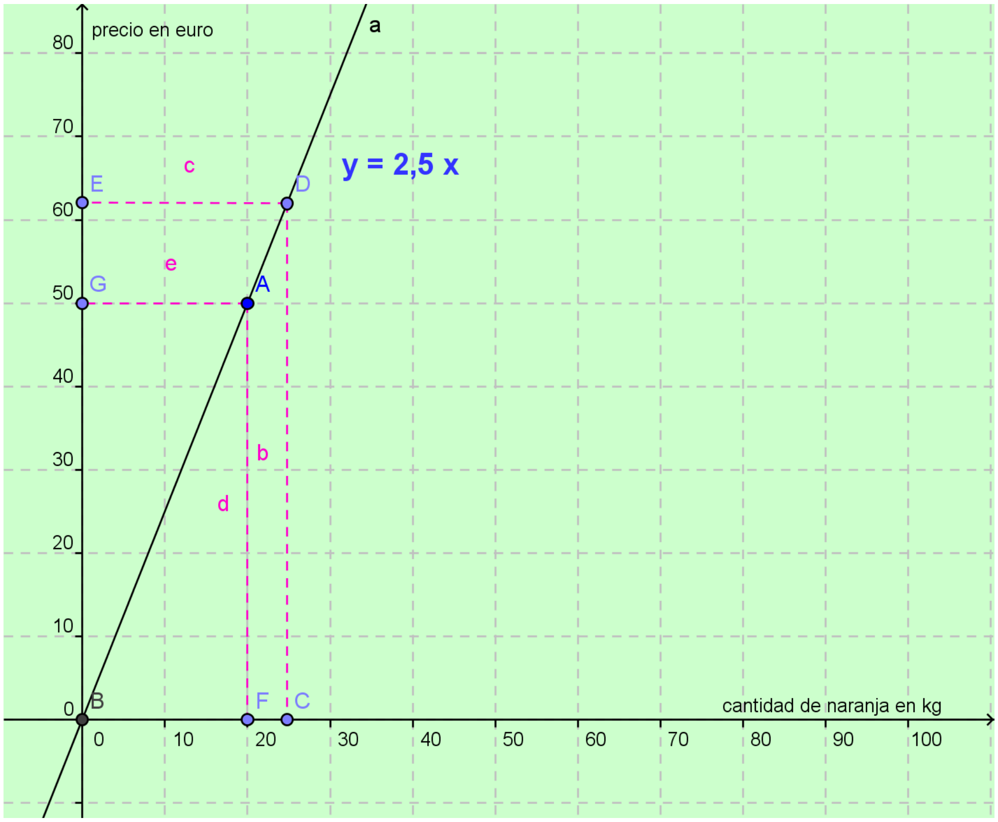
Alumna: ahí hacemos clic en guardar nomás, profe

Profesor: sí, guardar,

Si vamos a mis imágenes. Si voy a Mis Documentos y de Mis documentos, voy a Mis imágenes y de ahí busco la imagen y= 2,5 x

Alumnos: si profe, acá la encontramos, acá está si,

Profesor: voy a copiar y voy a pegar en un documento de Word.



Chicos, necesito que ustedes como tarea traigan representado los nueve problemas restantes, por lo menos que extraigan las coordenadas para facilitar la representación gráfica, los x y los y de cada función, de ahí vamos a analizar cuando representa un función proporcional directa y cuando es inversa.

Las imágenes que han obtenido la mayoría de los grupos fueron muy buenas.

Lo que tienen que aprender a sacar es la función que representa cada situación y en este caso la función es lineal, representa una proporcionalidad directa y el 2,5 que representa el precio por unidad o por kg y eso lo que ustedes tienen que sacar, la función, va a estar dada por la constante.

Les gustó trabajar con este programa?

Alumnos: sí, tenemos que venir siempre, profe.

Profesor: apaguen antes de retirarse que cierren los programas y apaguen las computadoras. Nos reencontramos en la próxima clase.

En esta clase se avanza en una nueva expresión que no estaba prevista, a partir de la correspondencia 25 kg de naranja, que los alumnos buscan estimativamente, representando en el eje x entre 20 y 30 kg (ya que la escala que utilizan va de 10 en 10) su correspondiente en y, 50€. Surge en el profesor, la pregunta ¿qué costo tendrá 1 kg de naranja? A partir del valor unitario, que se corresponde con la constante de proporcionalidad directa, guía a los estudiantes para calcular para 10 kg. Luego ayuda a explicitar, en forma simbólica, la función que permite calcular para otros valores en Kg de naranjas y que esta se corresponde, en el análisis, con la representación gráfica. Mediados por las preguntas del profesor logran encontrar la fórmula o generalización que les permite calcular el precio para x cantidad de naranjas, conociendo el precio unitario. Esa fórmula se corresponde con la recta **y= 2,5 x** representa el modelo funcional. Al reemplazar en x por cualquier valor que seleccionen, pueden visualizar en la recta cual es su correspondiente en y logrando validar el razonamiento. El profesor realiza su mediación, poniendo énfasis en tres marcos importantes de representación, el geométrico, el aritmético y el algebraico, que permite que los alumnos puedan contrastar y validar los procesos de pensamientos y resultados (Douady, 1986, citado por Godino et al.,2006).

Al finalizar institucionaliza como propiedades puestas en juego de la función de proporcionalidad directa:

La representación gráfica es una recta que pasa por el origen del sistema de ejes cartesianos y la constante se obtiene, a través del cociente entre las cantidades que se corresponden.

Se debería haber puesto énfasis, que en la situación trabajada, quedaría representado por una semirrecta a partir del origen porque solo se trabaja cantidades concretas.

La constante de proporcionalidad directa, representa en la situación, el precio unitario o precio por kg de naranja.

En cuanto al uso del programa computacional aprenden a guardar o exportar la representación gráfica como imagen.

Prevalece una práctica discursiva, donde el profesor actúa como guía mediante preguntas que cada vez son más claras y sencillas adaptadas a un trabajo más fecundo de indagación a la situación concreta que se analiza. Se detecta que se va corriendo hacia una práctica operativa, donde de a poco y de manera natural, el alumno va tomando cada vez más protagonismo. Se evidencia en los estudiantes que relacionan con facilidad cuando están trabajando y visualizando en el gráfico. Les cuesta la traducción de lo que expresan verbalmente a escribir formalmente mediante la expresión simbólica.

Clase del día Martes 10 de agosto de 2010 (Cantidad de alumnos presentes: 34)

En esta clase se trabaja con una variante, se selecciona un problema que representa una proporcionalidad inversa, de los cuales los estudiantes tenían previamente analizado. La idea es que se represente esta situación para comparar las gráficas entre una función directamente proporcional con una inversamente proporcional y visualizar las diferencias. Se analiza cómo se relacionan las variables que intervienen, cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente y en qué eje van a representar cada una de las mismas. Se rotula cada eje, de acuerdo a lo planteado en el problema.

Profe: vamos a representar la segunda función ¿Qué hacemos para eso?

Abrimos nueva ventana ingresando en archivo, haciendo clic luego en nueva ventana para representar, ¿qué problema?

Alumno: vamos a hacer el de los albañiles, profe.

Profesor: podemos tomar un ejemplo de proporcionalidad inversa.

Alumno: ¿cómo hay que hacer profe?

Profesor: clic, en archivo, y clic, en nueva ventana. Allí comienzan a representar los puntos de la nueva función.

Chicos, los que tengan pendrive, me parece que va a ser más conveniente, uno por grupo, que tenga para poder bajar sus trabajos. ¿Podrán traer para la próxima clase?

Chicos vamos a representar una función inversamente proporcional, vamos a tomar para trabajar ahora el problema de los grifos, la cantidad de grifos y la cantidad de horas, el problema decía, un grifo llena un tanque en 4 horas, no?, 6 grifos llenan un tanque en 4 horas.

Chicos, veo que algunos no atienden porque están preocupados, un grupo, porque al guardar en la carpeta sus trabajos no lo encuentran, dejen esa tarea porque de todas maneras yo tengo guardado este trabajo. Para la próxima clase se lo traigo grabado, no importa porque ya lo hicieron. No se hagan problema de alguna forma vamos a recuperar, sigamos avanzando. Estamos! chicos, no se preocupen.

Para los que no ingresaron a nueva ventana, lo hacen desde archivo. ¿Qué representamos? Los grifos? ¿Qué proporcionalidad representa?

Alumnos: es inverso.

Profesor: es inverso, si vamos a representar una función inversamente proporcional para ver como es la gráfica, como queda representado gráficamente.

Atención!! ¿Qué dice el problema?¿Quién lee el problema? A ver, lean

Alumno: lea usted nomás, profe.

Profesor: no, que lea alguien de ustedes.

Alumna: yo leo, profe

Sabiendo que 6 grifos llenan un depósito en 4 horas. Calcula

a) ¿Cuánto tardarán 8 grifos?

b) ¿Cuántos grifos serán necesarios para llenar el depósito en 3 horas?

Profesor: ¿cuáles son las variables que intervienen?

Alumno: grifos.

Profesor: ¿qué más?

Alumno: horas…horas.

Profesor: horas, y cantidad de grifos ¿dónde representamos?

¿En qué eje? ¿En el eje x o en el eje y?

Alumnos: en el eje x.

Profesor: cantidad de grifos representaríamos en el eje x. Bien!

Además –mostrando en pantalla a través de proyección de cañon- no necesitamos graduar o cambiar la escala del eje x. ¿Están de acuerdo?

Entonces, en el eje x vamos a representar cantidad de grifos y en el eje y cantidad de horas. Como tenemos 1, 2, 3, 4, 5,… no vamos a necesitar cambiar la escala, con estos valores vamos a poder representar directamente, es una ventaja, porque en este caso usamos tal como aparece al abrir la escala, al abrir la ventana, con 1, 2, …4,… 6,7,…no tenemos que usar escala de 10 en 10 como el caso anterior que necesitábamos representar 20 o 50 como valor de variable, en este caso vamos a representar por ejemplo, 6 grifos. Con la graduación que aparece allí estamos bien, podemos representar perfectamente, tenemos una escala adecuada.

Alumna: profe, cómo agrego la cuadrícula, no me acuerdo cómo hacer?

Profesor: bueno!! Posicionando el cursor sobre el gráfico, clic botón derecho, se despliega un menú, seleccionado vista gráfica, hacer clic allí, se despliega un cuadro en la parte superior, dice cuadrícula, hacer clic allí.

Alumna: porque quedó de 10 en 10?

Profesor: Tienes que cambiar en el mismo cuadro donde aparece cuadrícula donde dice distancia tiene que ser 1 no 10 quedó tildada del trabajo anterior.

Bien! Continuamos ¿Qué representamos entonces, ahora? A ver… ¿Qué dice el problema? 6 grifos ¿Cuántas horas tarda? ¿Cuántas horas tarda 6 grifos? Entonces ¿Dónde marcaríamos el punto? Para 6 grifos… ah!! Perdón faltó rotular el eje x y graduar y rotular el eje y.

Alumno: mire profe, nosotros hicimos así.

Profesor: muy bien! Eso!, acá un grupo, ya colocó el rótulo, entonces expliquen ¿qué rótulo le pusieron al eje x?

Alumnos del grupo: grifos.

Profesor: bien!!! Y al eje y ¿Qué rótulo pusieron?

Alumnos: horas.

Profesor: muy bien!!!

Alumnos: -otro grupo- profe, nosotros pusimos tiempo en horas

Profesor: tiempo en horas, bien.

Entonces vamos hacer una cosa, le vamos a rotular el eje x como cantidad de grifos- marcando en la pantalla de proyección – sí?

Alumno: Profe, entonces en el eje x corregimos por cantidad de grifos en lugar de grifos?, profe, ponemos cantidad de grifos y en el eje y tiempo en horas?

Profesor: sí, también tiempo en horas en el eje y.

Tiempo en horas.

Alumno: pone cantidad de grifos.

Esta clase se diferencia de otras, porque los estudiantes se involucran en la tarea y se puede evidenciar a través de la discusión que se genera, en relación a cómo se relacionan las variables, cómo van a rotular cada eje y las unidades a utilizar para representar. Pero, más aún, cuando analizan como varían x e y. Por momento hay grupos que se bloquean, discuten entre ellos. Lo que está claro, es la necesidad de relacionar con los operadores multiplicativos y divisivo para entender cómo se establecen las correspondencias entre x e y, es decir, encontrar los pares de puntos para representar. No basta con decir, aumenta la cantidad de grifos, disminuye el tiempo para llenar un depósito, lo que en principio ayudó a analizar el tipo de proporcionalidad.

La proporcionalidad directa o inversa constituye una propiedad natural entre determinadas cantidades continuas o discontinuas, las cuales muestran relaciones constantes que definen el equilibrio y la armonía en cada situación de un “algo de la realidad”.

Profesor: ustedes resolvieron este problema en sus carpetas?

Alumnos: algunos si …otros no…

Profesor: ¿no lo resolvieron?

Alumnos: si lo resolvimos, si lo hicimos.

Profesor: ¿Cuánto tardan 8 grifos para llenar el depósito?

Alumnos: 3horas,…3 horas.

Profesor: si aumenta la cantidad de grifos ¿Cuánto tardará?

Alumno: disminuye el tiempo.

Alumna: lo hace en menor cantidad de hora.

Profesor: entonces ¿Qué proporcionalidad es? Es una proporcionalidad…

Alumnos: inversa…inversa.

Profesor: inversa. Entonces para 8 grifos ¿Dónde iría ubicado el punto? Ubicamos 8 grifos en eje x.

Y nos dirigimos hasta dónde? ¿A qué altura del eje y?

Dónde? … hasta 4.

Alumnos: no, más abajo.

Profesor: más abajo.

Alumnos: ahí, ahí en el 3, profe.

Profesor: aquí, está bien!!!

Alumnos: sí ahí está bien.

Profesor: a ver otro punto para representar…A ver volvamos a leer el problema.

Vamos a tener que averiguar varios datos para darnos cuenta que la gráfica no es una recta en la proporcionalidad inversa. ¿Qué otras relaciones podemos tomar? ¿Qué otros datos?

En este momento de la clase, el profesor adelante la idea de que la gráfica que representa una proporcionalidad inversa no es una recta y que para darse cuenta necesitan representar varios puntos.

Alumnos: 4 grifos tardan 6 horas, 4 y 6.

Profesor: pensemos si tomamos la mitad ¿Cuántas hora va a tardar?

Alumno: 2 horas.

Profesor: si disminuimos la cantidad de grifo, más rápido vamos a llenar?

Alumno: nooo, más hora va a tardar.

Profesor: ¿Cuánto más?

Alumno: 2 horas más, la mitad de grifos va a tardar

Alumna: menos horas.

Profesor: Piensen un poco…

Alumno: la mitad de 6 grifos, dice profe.

Profesor: si la mitad de 6 ¿cuánto es?

Alumno: 3 grifos.

Profesor: si 6 grifos tardan 4 horas, al tener la mitad

Alumna: 1 hora y media.

Alumno: no, 2 horas

Profesor: a ver, escuchen ustedes, tienen que llenar una pileta como esta, sí 6 grifos tarda 4 horas pero quedan funcionando 3 grifos ¿Cuánto tardarán?

Alumnos: 8 horas, 8 horas, profe..

Profesor: eso mismo, el doble, la mitad de la cantidad de grifos va tardar el doble del tiempo para llenar un depósito. (Gráfica con GeoGebra).

Y si a su vez reducimos a la mitad otra vez la cantidad de grifos, es decir, 1 y medio ¿Cuánto va a tardar?

Alumno: 16 horas.

Alumno: no entiendo.

Profesor: disminuimos de 3 grifos que tarda 8 horas a la mitad, es decir, 1 grifo y medio ¿Cuánto va a tardar?

Alumno: Va a tardar 16 horas.

Profesor: A ver, Fernando.

Alumno: no sé, Profesor.

Profesor: la mitad de los grifos ¿cuánto va a tardar? 1 grifo y medio ¿Cuánto va a tardar?

Si bien la cantidad de grifos, por situación lógica, se debe representar como una cantidad discontinua o no entera, el objetivo del profesor es encontrar, a partir del razonamiento, los valores correspondientes. De allí, analizar cómo se da la relación de los operadores para determinar la proporcionalidad o no de las cantidades con los cuales se trabaja.

Alumno: menos grifos va a tardar más, profe.

Profesor: ¿Por qué?

Porque a la mitad de la cantidad de grifos se duplica el tiempo que va a tardar, tarda el doble para llenarse el depósito.

Alumno: 16 horas.

Profesor: al ser la mitad la cantidad de grifo, 1 ½, el tiempo es el doble, disminuye una de las variables a la mitad, queda dividida por 2 y la otra se duplica es decir queda multiplicada por 2.

Podemos ver si la gráfica es una recta, si unimos los puntos, ¿da una recta? ¿Si o no? chicos si unimos los puntos, la gráfica que nos quedó es una recta.

Alumnos: no.

Profesor: Queda una recta.

Alumnos: nooo!!!

Profesor: Queda una curva. ¿Cómo hacemos para unir esos puntos que no nos da una recta?

Chicos, y si tomamos una canilla ¿Cuánto va a tardar? ¿Cuánto va a tardar 1? Marcaron que para 1 grifo y media tardan 16 horas y 1 grifo?

Si 3 canillas tardan 8 horas ¿cuánto va a tardar 1 canilla?

Alumno: 24 horas.

Profesor: 24 horas, muy bien!

Alumno: Dije bien.

Profesor: perfecto.

Alumno: venga a mirar como marqué.

Profesor: bien, está el (8;3) (3;8),(2;12) (1 ½; 16) (1;24).

Vamos a poner líneas de puntos a los segmentos auxiliares para marcar las coordenadas.

Alumno: ¿le marco el (1; 24)?, no se ve profe, ¿marco igual?

Profesor: sí, desplaza la vista gráfica para ver.

¿Cuál es la función que representa la proporcionalidad inversa en este caso? ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

Un grifo ¿Cuánto tiempo tarda?

Alumno. 24 horas.

Profesor: ¿y dos grifos?

Alumno. 12 horas

Profesor: bien!, y ¿ tres grifos?

Alumna: 8 horas

Profesor: si ustedes multiplican 1 por 24, 2 por 12, 3 por 8 …

Alumno: es 24-

Profesor. El producto de las variables es 24.

Es decir, 4 por 6 es 24 y 3 por 8.

Alumno: da 24.

Profesor: Y 1 ½ por 16.

Alumnos: -a coro dicen- 24.

Profesor: y 1 por 24.

Alumnos: 24.

Profesor. O sea que el producto x por y da.

Alumnos: 24.

Profesor: Entonces la constante es.

Alumnos: 24.

Profesor: entonces, ¿de dónde sale el 24?, de multiplicar… ¿qué cosa? x por qué?

Alumno: por y. Profe, x por y.

Alumna: profe ¿cómo se puede ver todos los puntos?

Alumno: con el zoom de alejamiento. Mire como hago.

Profesor: muy bien! Acá un compañero, encontró como poder ver toda la gráfica en pantalla, modificando la vista gráfica con el zoom de alejamiento

Vamos ahora a trabajar en el texto, para eso inserten texto.

Alumno: venga profe, mire cómo quedaron los puntos.

Alumno: ¿Qué ponemos en el texto?

Profesor: si ustedes hacen x por y es igual a 24. O sea cuando multiplican x por y les da 24, sí. A partir de esto ¿cómo obtenemos el valor de la función? ¿Qué despejamos?

Alumno: y.

Profesor: Entonces la x, que está multiplicando en el primer miembro, ¿cómo despejo? ¿cómo queda en el segundo miembro?

Por ejemplo, ustedes tienen que x=3 grifos ¿Cuánto debe valer y para que la constante sea 24?

A ver,…si x vale 3 ¿cuánto vale y?

Alumno: 8.

Profesor: 8, sí, y si yo sé que x vale 3 y la constante 24 ¿cómo calculo y?

A ver, vamos a poner 3 por y= 24 yo quiero saber el valor de y ¿qué hago?

Alumna: voy a dividir.

Alumna: se divide ahí.

Profesor: ¿Qué divido?

Alumna: 3 a 24.

Profesor. O sea 24.

Alumno: dividido 3.

Profesor: bien! ¿Cuánto le da 24 dividido 3, le da y = 8, sí. Entonces, quiere decir que ¿Cuál va a ser la función? Para y=… qué vamos dividir siempre? Para obtener el valor de y siempre al 24 le vamos a dividir.

Alumna: por 3

Profesor. Pero para representar cualquier valor, generalizando

Alumna: x

Profesor: vamos a dividir por x. Muy bien!

Y= 24/ x

Entonces, ¿si x= 8 cuánto vale y?

Alumna: 3

Profesor: si x= 3 ¿Cuánto vale y?

Alumna: 8

Profesor. Si x vale 2 ¿cuánto vale y?

Alumna: 1

Profesor: no, …¡piensen!

Alumna: 4

Profesor: 12

Alumna: ah!!! Sí.

Profesor: si x= 6 ¿Cuánto vale y?

Alumna: 1 ½

Alumno: no, 4 es profe.

Profesor: 4

Y si vale x= 4? ¿Cuánto vale y?

Alumnos: 6

Profesor: y=6. Esa es una función la que les permite jugar con las variables x e y, y así, obtener los valores de cada una de las mismas o bien de una en función de la otra.

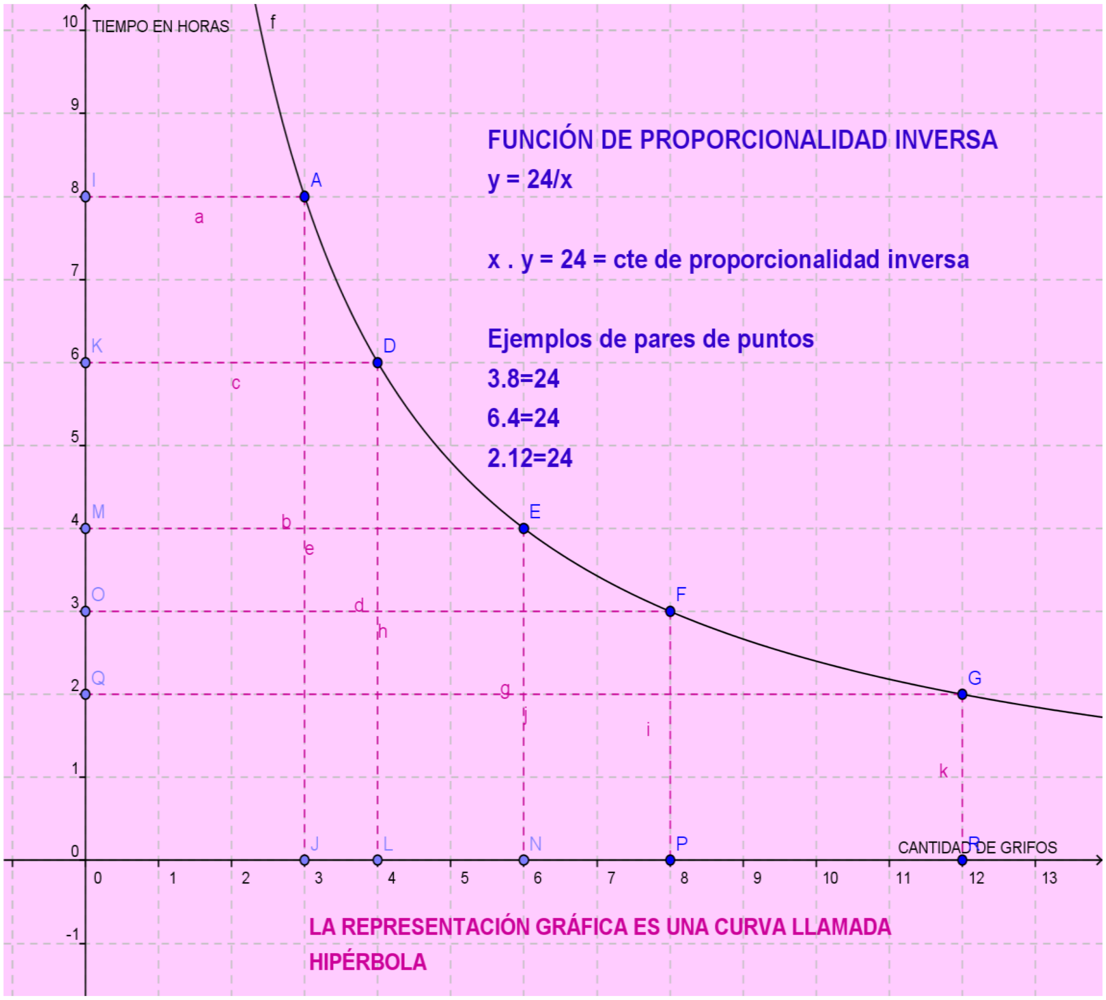
Bueno, ahora vamos a representar la función.

Bueno, debajo de la gráfica dice entrada, chicos todos están atendiendo, donde dice entrada.

Escribimos la ecuación y = 24 /x y luego damos enter (entrada o ingreso).

El profesor ayuda, a través de preguntas, a relacionar como varían x e y, en la proporcionalidad inversa, de manera tal que puedan analizar cómo juegan los operadores multiplicativos y divisivos. Y a verificar qué operación entre x e y se mantiene constantes, es decir, la modelización algebraica para llegar a la relación ecuacional. Si bien, llegan a obtener la función que representa la curva (hipérbola) que describe la proporcionalidad inversa, no se vuelve al trabajo realizado en el papel, es decir, formar las proporciones a partir de las razones correspondientes y la necesidad de invertir una de las razones. El razonamiento se centra en un trabajo más geométrico, de representación de las relaciones a través de los pares ordenados de puntos en el plano y en encontrar la función que los relaciona. Se debería explicitar estas relaciones como propiedades de las funciones inversamente proporcionales.

Los estudiantes obtienen como representación de la función inversamente proporcional, y eso quedó claro, una curva, a diferencia de la función directamente proporcional que es una recta que pasa por el origen.



Alumno: venga profe, ¿Cómo se escribe dividido?

Profesor: el programa acepta la barra de fracción –inclinada- que se ubica en la parte superior de la tecla alfanumérica que contiene al 7, se logra apretando la tecla de mayúscula y la tecla citada (/).

Alumno: profe, puede enseñarnos de nuevo en pantalla, ¿cómo y dónde se escribe la función?

Alumna: profe, a nosotros, ¿ no nos da entrada?

Profesor: bueno, en entrada escriban la función, en entrada expresan y= 24 y ponen dividido con la raya de fracción.

Alumno: Con cuál, Profe.

Profesor: con la raya de fracción- que está arriba de la tecla del número 7- previamente deben apretar mayúscula.

Alumna: no da, profe.

Alumno: pero fíjate lo que haces.

Profesor: Chicos, ¿qué es lo que no les sale?

Alumno: Profe, venga.

Profesor: ah!! Están escribiendo la función con mayúscula, y el programa no lo admite. Desbloquen la mayúscula.

Alumna: ahora sí, profe, nos dio. Desbloqueamos la mayúscula, si era eso profe.

Profesor. Muy bien! Pongan color de fondo a la gráfica.

Chicos vayan guardando el trabajo.

Alumno: profe, guardamos nomás el trabajo.

Alumno. Guardamos, profe.

Profesor: Vayan guardando.

Pueden guardar con el apellido.

Alumno: profe, venga un minuto.

Profesor: ¿guardaron?

Alumno: sí, así.

Profesor: los que fueron guardando sus archivos, cierran los programas y van apagando la computadora.

Buenos chicos, será hasta la próxima clase.

Del análisis de la clase se destaca que los cambios se hacen, en cada encuentro, más evidente, en el sentido de que los estudiantes se involucran cada vez más en la tarea. Participan poniendo en juego sus razonamientos ya sean acertados como no y exteriorizan sus dificultades cuando no pueden avanzar en la tarea, ya sea, pidiendo ayuda a sus pares o al profesor. Es decir, los alumnos se van implicando en una estructura de participación social, según Doyle, 1990, (citado por Sacristán Gimeno y Pérez Ángel, 1997). La clase se va distendiendo y naturalizando de manera tal que los estudiantes van tomando confianza es sus posibilidades de pensar, de probar y de hacer.

Cuando ven que algo no funciona se atreven a preguntar, de manera tal, que no se siente el clima de la clase como algo forzado sino propio de la necesidad de querer lograr un objetivo en común.

Se acuerda seguir con esta propuesta de problemas pero ahora relacionado con la función lineal. El objetivo analizar y resolver problemas con apoyo del Software GeoGebra a efectos de trabajar con la representación gráfica. El gráfico es utilizado como apoyo al razonamiento de manera estratégica para luego contrastar con el cálculo algebraico-analítico (Ventura Farfán, 2001).

Se prevé como una de las principales dificultades el manejo de algunas funciones del software en relación a la tarea, como por ejemplo, adaptar el eje x y el eje y a escala para representar los datos, como así también, analizar y determinar el tipo de proporcionalidad en forma autónoma.

Martes 31 de agosto de 2010 (33 alumnos presentes)

En esta clase se trabaja con otra variante, se selecciona un problema que tiene dos opciones, una representa una función de proporcionalidad directa y otra que lo es en forma parcial. La idea es que logren pensar en base a la representación de esta situación problemática concreta, con dos opciones para comparar los gráficos y visualizar las diferencias y sentido de cada una. Analizar en qué momento es conveniente una opción por sobre otra y justificar.

En la sala de computación, se ordenan los grupos de alumnos en cada máquina.

El profesor le dicta el siguiente problema:

Juan necesita viajar y consulta dos presupuestos de remisses. (Punto y seguido). El primero cobra 20 pesos de base más 2$ por km recorrido; el segundo cobra 5$ por km recorrido.(punto). La pregunta es: ¿Qué remisse le conviene elegir a Juan?

Profesor: Bueno repasamos un poquito la consigna, Juan necesita viajar y consulta a dos presupuestos de remisses, el primero de los remisses cobra 20 pesos como tarifa por haberse subido solamente y cada km cobra 2 pesos y el otro no le cobra nada por haberse subido pero le cobra más caro el kilometraje o sea le cobra 5 pesos por km.

Alumna: le conviene el de 5 pesos porque el de 20 pesos no hace a la diferencia porque sólo subirse ya 20 pesos y 2 pesos por km y el otro no le cobra nada para subirse.

Alumno: pero depende para cuántos km por ej. de acá a Buenos Aires

Profesor: En qué consiste la situación? En qué condiciones conviene, qué deberían hacer?

Vamos a representar con el GeoGebra. A ver… Lo que deberían hacer, marcar los puntos.

Alumno: apaguen la luz. Se apagan los ventiladores.

Alumno: Profesor mire este viene a armar castillo en la hora de Matemática.

Alumno. Profe hace calor, prenda el aire.

Profesor: no podemos apagar la luz se apagan los ventiladores.

Estos solicitan para ver mejor la proyección de la imagen con cañon.

Ingresan al GeoGebra con el botón derecho hacen clic en cuadricular y al eje pongan colores oscuros, que se distinga bien.

La consigna dice que el primer remisse cobra $20 de base y dos pesos por kilómetro recorrido y el otro cobre 5 pesos por kilómetro recorrido pero no cobra nada de base por subirse. La pregunta es ¿Cuál le conviene?

Alumno: depende donde vaya.

Profesor: si observamos representando los gráficos podemos ver desde qué kilómetro le conviene uno o el otro. Vamos a representar, y ahí vamos a ver la diferencia, para ver qué es lo que primeramente le conviene a Juan. ¿Cómo representaríamos la primera recta? A sabiendas que les cobran 20 pesos de base más dos pesos por kilómetro recorrido ¿Cómo marcaríamos, entonces, los puntos? ¿Qué nos convendría, ahí? Si la escala va de 1 en 1 van a poder representar 20? Qué nos convendría? ¿Qué podríamos hacer?

Alumno: cambiamos de escala.

Profesor. Cambiamos de escala ¿Cómo la cambiamos? A ver,…

Con el botón derecho, hacemos clic se despliega un menú y ahí seleccionamos vista gráfica, ahí en lugar de utilizar como escala 1 qué ponemos?

Alumno: 10.

Profesor: 10. Bueno, probamos con 10 para x y 10 para y, cualquier cosa cambiamos.

¿Sale?

Alumno: si aparece hasta 110, risas…

Profesor: y el rótulo, ¿qué rótulo le ponemos al eje x?, Tener en cuenta que vamos a representar en el eje x, el monto que tiene que pagar o los km? Tenemos que definir, qué es lo que tenemos que hacer. Ver que está en función de que.

Alumno: profe, ¿cómo?, ¿qué está en función de qué?

Profesor: ¿qué quieren averiguar?

Alumno: el precio del taxi.

Profesor: en función de qué va a estar el precio.

Alumno: de los kilómetros.

Profesor: de los kilómetros recorridos. Qué vamos a representar en el eje x?

Alumno: los kilómetros.

Profesor: Una vez que sabemos el precio por kilómetro de cada uno, vamos a saber qué monto le vamos a pagar a uno y qué monto le vamos a pagar a otro.

Vamos a representar en el eje x los Km. ¿Porqué representan el precio en el eje y?

¿Qué representa? y, ¿qué tipo de variable es? Variable dependiente o independiente?

Alumno: variable dependiente.

Profesor: variable dependiente. ¿De qué depende?

Alumno: de la x.

Profesor: depende de x. Y representa el monto o el costo que depende de los kilómetros recorridos. Cuando más km realice, más va a pagar.

Alumno: más plata va a pagar.

Profesor: entonces, depende de la cantidad de km que recorrió. Pero hay que analizar, ¿cuál conviene más?

Alumno: El que está a dos pesos por km.

Alumno: para el de 5 pesos por km, conviene cuando haces 100 km, más o menos.

Profesor: pensemos si tenemos que ir de acá al cementerio, hay 2 km ¿qué conviene?

Alumno: conviene el de 5 pesos.

Profesor: entonces en el eje x ¿qué colocamos como rótulo?

Alumna: distancia en kilómetro.

Profesor: muy bien!

Bullicio, los alumnos expresan la unidad a trabajar en el eje x.

Profesor: esa distancia en km. ¿Qué expresan como mínimo y máximo en cuanto a distancia para visualizar el primer cuadrante?, ¿dónde vamos a trabajar?, ¿qué determina el sistema de ejes?; el mínimo quiere decir -10 cm, eso es lo que visualizamos en pantalla y el máximo 80, es decir x va de -10 a 80, es la escala de 10 en 10. Eje x; eje y expresan 1:1 o sea 1cm representa 10 km. Ahora vamos al eje y, también trabajamos con la misma escala. Rótulo, expresamos el precio en pesos. Lo mismo hacemos con el mínimo y el máximo.

Recuerden que a nosotros nos interesa el primer cuadrante.

Los alumnos trabajan con configurar la escala para cada eje. Solicitan ayuda cada grupo y solicitan la presencia del profesor para que vea el trabajo logrado.

El profesor solicita la representación de cada situación. Ayuda en el razonamiento para que puedan representar gráficamente.

Profesor: si el primer remisse ni bien se sube el pasajero le cobra 20 pesos de tarifa. O sea para cero km ya tiene que pagar $20-antes de haber partido-una vez que se vaya trasladando va ir sumando 2 pesos cada km a medida que va recorriendo. Para km 0 marcamos 20 pesos de tarifa.

El profesor recorre los grupos, va ayudando con la representación de la primera situación.

Algunos alumnos anticipan las respuestas de manera intuitiva, cual taxi o remisse conviene más. A simple vista creen que conviene el remisse que no cobra al ascender a pesar que su tarifa es más cara, aunque no todos están convencidos.

Se analiza los datos y cómo se relacionan, cuál está representado por la variable independiente y cuál por la variable dependiente. Se ve la necesidad de trabajar a escala en virtud del tipo de número que representan los datos.

Analizan y discuten la proporcionalidad, porque cada grupo intenta realizar la representación gráfica. Se observa que algunos se bloquean y discuten entre ellos.

Alumno: esto es muy difícil, profesor, expresa un alumno que no termina de ajustar la escala.

Profesor:¿Cómo quedó? ¿Qué dice la primera oferta?

Representaron para cero km, 20 pesos? y a partir de ahí ¿cuánto tenemos que pagar por km?

Alumna: dos pesos por km.

Profesor: o sea que 1 km vamos a pagar 2 pesos. Con 10 pesos ¿Cuántos km podemos pagar?

Así podemos graficar.

Alumno: para 5 km.

Profesor: para 5 km pagamos 10 pesos.

Y si hacemos el doble, cuánto pagamos?

Alumno: 20 pesos.

Profesor: entonces marcamos para 5 km, 10 pesos y para 10 km, 20 pesos. Y si recorren 10 km más ¿Qué va a pasar?

Alumna: se duplica, se paga 40 pesos.

Profesor: vamos a tener que pagar 40 pesos. Sale 20 pesos más por recorrer 10 km más.

Entonces para x= 10 km, ¿cuántos marcamos en y?

Marcamos 20 pesos. Está bien?

Alumno: sí…

El profesor observa y atiende las preguntas de cada grupo.

Profesor: Y si hacemos 30 km ¿Cuánto pagamos?

Alumno: 60

Profesor: muy bien!, 60 pesos.

Alumno: es el recreo. Está feo el tiempo!!!, profe..

Apaguen la máquina, eh!!! Apaguen las máquinas.

Esta clase por razones climáticas se suspende. Los alumnos se retiran. Se decide dar continuidad en el próximo encuentro.

Martes 07 de septiembre de 2010 (32 alumnos presentes)

Se continúa con el análisis de la situación problemática planteada en la clase anterior.

Como objetivo se plantea a los alumnos, leer y analizar el problema, representar las opciones que presenta la situación para comparar analíticamente cual es la más conveniente.

Como tareas

Colocar el rótulo a cada eje de acuerdo a los datos del problema, que para eso previamente, deben analizar cuál de las dos magnitudes está en función de la otra.

Establecer la escala de cada eje de acuerdo al tipo de número que expresan los datos.

Representar cada opción con puntos a ubicar en el plano, mediante pares ordenados, para eso se debe analizar como varían o cómo se da la relación de correspondencia.

Expresar los puntos simbólicamente mediante pares ordenados.

Unir los puntos mediante una recta.

Encontrar simbólicamente la función que representa cada opción, es decir el modelo funcional.

Visualizar donde se cruzan las rectas en el plano. Expresar simbólicamente dicho punto en el plano mediante par ordenado.

Analizar y explicitar que representa en cada caso de acuerdo a la opción, el significado del punto de cruce de ambas rectas.

Analizar cómo obtener analíticamente el punto de cruce mediante par ordenado (x;y), justificando dicho procedimiento.

> Profesor: Buenas noches! Hoy vamos a continuar analizando las situaciones que planteamos el otro día.
>
> Bueno!, me gustaría que retomemos la situación, a ver Juan tienes a mano el problema del otro día, por favor lee bien fuerte.
>
> Alumno: Juan necesita viajar y consulta dos presupuestos de remisses. El primero cobra 20 pesos de base más 2$ por km recorrido; el segundo cobra 5$ por km recorrido. ¿Qué remisse le conviene elegir a Juan?
>
> Profesor: entonces, Juan es una persona que necesita viajar, antes de viajar pide un presupuesto a dos remisses, el primero que cobra 20 pesos por subirse al remisse y le propone cobrarle dos pesos por km recorrido. El otro presupuesto, no le cobra tarifa inicial cobra directamente 5 pesos por km recorrido. La situación es ponernos a pensar que les conviene. Para eso nos conviene hacer un gráfico y ver

desde qué momento conviene tomar uno u otro remisse, o cuál de los dos les convendría para cierta cantidad de kilometraje. Hay ciertos kilómetros que le conviene uno y ciertos kilómetros que le conviene el otro. Vamos a tratar de representar la situación.

Habíamos representado en el eje x, ¿qué rótulo?

Alumna: km.

Profesor: habíamos dicho que el precio va a estar en función ¿de qué?

Alumna: precio por km.

Profesor: entonces en el eje x vamos a colocar los precios o los km.

Alumnos: precio por km.

Profesor: Los km o los pesos. A ver Verón…

Alumnos: los pesos.

Profesor. En función de qué va a salir la tarifa?

Alumno: de los kilómetros.

Profesor: Va a salir de los kilómetros, va depender de la cantidad de km. Entonces en el eje x, los kilómetros recorridos, la distancia en km y en el eje y, la cantidad de pesos que tendrá que abonar.

Chicos en el eje x ¿qué rótulo vamos a colocar? ¿Kilómetros o pesos?

Alumna: pesos.

Profesor: ¿Porqué? De qué va a depender la tarifa?

Alumno: precio en km.

Profesor: en el eje x qué rótulo le vamos a colocar, los km recorridos, la distancia en km y en el eje y, vamos a representar la cantidad que deberá abonar Juan para cierta cantidad de km a recorrer, ¿cómo hacemos entonces? Al eje x, qué rótulo le colocamos, chicos, en el eje x ¿qué rótulo colocamos?

Alumnos: pesos

Profesor: ¿Porqué? Porque sí nomás.

Alumno: en el eje x, va precio en km

Profesor: bueno, va precio en el eje x.

Alumno: no, en el eje y.

Profesor: en el eje y, en el eje y vamos a representar el precio que va a estar en función de los km, y en el eje x, el eje horizontal vamos a representar la cantidad de km que va a recorrer Juan, porque justamente, el precio depende de la cantidad de km, por eso decimos, que el precio es una variable dependiente que va a depender de la cantidad de km que se recorre.

El profesor recorre para observar el trabajo que va realizando cada grupo.

El profesor realiza el andamiaje a través de preguntas, ayuda a analizar la situación, la relación de dependencia, a efectos, de ver qué magnitud se representa en el eje de abscisa y qué magnitud en el eje de ordenada. Por momento la clase se torna confusa, es como que no logran visualizar en qué eje, van a representar el recorrido de cada remisse y en qué eje, la tarifa. Se dan cuenta que la tarifa depende del recorrido pero no logran esclarecer la correspondencia respecto a la representación en relación a las variables.

Profesor: vamos a repasar algunas cositas. Vamos a tratar de repasar. Algunos están preguntando, lo explicamos a todos, en el eje x, ¿qué pusimos en el rótulo?, recorrido en km, porque pusimos de 10 en 10?, ¿se acuerdan?

Alumno: por la escala

Profesor: por la escala, que va de 10 en 10.Donde dice eje x, eje y dejamos 1:1

Donde dice mínimo y máximo, podemos expresar como máximo 80 y como mínimo 0 porque necesitamos para trabajar, visualizar el primer cuadrante. Es decir, expresamos en el primer cuadrante la graduación 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60,70, 80… que es lo que alcanzamos a ver en el primer cuadrante, por eso podemos expresar entre 0 y 80 o bien entre -10 y 70 que es lo que podemos visualizar en pantalla. Como rótulo, también se podría expresar, el recorrido, y en la unidad, km, pero lo que sí va a aparecer recorrido y en cada división km, vamos a probar para que vean como queda, cerramos y vemos que hizo el programa. A la unidad le agregó km, a cada numerito aparece km o bien dejamos recorrido en km. En el eje y podemos expresar, precio en pesos, entonces como unidad expresamos pesos y por cada numerito aparece la unidad,10$, 20$, 30$....sino directamente ponemos precio en pesos, como rótulo, y no le ponemos nada a la unidad. En el eje x expresamos el rótulo distancia en Km y en el eje y precio en pesos.

En el caso, de que cada número vaya acompañado de la unidad, está bueno, pues nos permite fijar la unidad en cada eje que estamos trabajando. Por allí, puede ser muy complicado trabajar así, porque ocupa mucho espacio pero todo depende de lo que tengamos que hacer.

Entonces colocamos las unidades respectivas en el eje x y en y, a través de rótulo.

El profesor nuevamente recorre y observa el trabajo de los grupos, surgen inconvenientes técnicos a la hora de representar, un grupo tiene problemas con el mouse que no funciona, otros expresan que no les anda el teclado.

Profesor: vamos a marcar la primera situación ¿Cómo lo hacemos? ¿Cómo marcamos la primera situación? ¿Cómo representamos que nos cobran 20 pesos como base?, para 0 km 20 pesos. Marcamos el primer punto, es decir, ya al subirnos al remisse tenemos que pagar 20 pesos.

Fernando: de ahí empezamos a contar los kilómetros.

Profesor: Eso Fernando, de ahí empezamos a contar los kilómetros, una vez que tenemos como precio básico, a medida que vayamos o que Juan vaya en este remisse va a tener un monto a pagar, una cantidad de km que recorre. A partir de que recorre 10 km ¿Cuánto debería abonar?

Alumno: 40.

Profesor: ¿Porqué?

Porque 2 pesos por km, son 20 pesos los 10 km, más los 20 pesos de base, entonces para 10 km ¿Cuánto debería abonar Juan?

Alumnos: 40 pesos.

Alumno: ¿Marcamos el punto?

Profesor: marcamos el punto. Una vez que tenemos marcados dos puntos trazamos la recta porque podemos analizar que no es otra cosa que una proporcionalidad directa, porque si aumenta los km ¿qué va a pasar con el precio? Al aumentar los kilómetros aumenta proporcionalmente el precio. Si recorrió 20 km paga 40$, es decir, si recorrió 10 km más son 20 pesos más, más los 20 pesos de base al subirse termina abonando 60 pesos. Fíjense si unimos los puntos nos queda una recta que representa una proporcionalidad directa.

Los alumnos representan, observan cómo quedan los puntos representados utilizando el zoom de alejamiento, para observar el comportamiento de la función para cada punto y tener una idea más global para la representación de la función lineal.

Teniendo en cuenta a Vigotsky, (Caldeiro, 2005), el profesor realiza el andamiaje, a través de preguntas, ayuda a analizar la situación, ahora, para encontrar una función que describa el comportamiento de cada opción.

Los estudiantes encuentran claramente la relación que describe cada opción sólo que no logran explicitarlo o lo hacen de manera parcial. Se dan cuenta que uno de los remisses cobra de entrada $20, el problema se plantea cómo se representa gráficamente esa relación. La discusión y la guía del profesor se centran en ese aspecto, lograr traducir de una representación semiótica a otra, del gráfico al símbolo.

A partir de allí, una vez encontrado el par ordenado (0; 20), la relación entre las variables, está claro que es una proporcionalidad directa. El análisis del comportamiento de dependencia de las variables lo hacen inmediatamente de manera verbal, más allá que también, el profesor explicita que al unir los puntos queda una recta que pasa por el origen. Si bien esa recta representa una proporcionalidad directa es necesario profundizar en el análisis desde donde.

Ahora, cómo expresar simbólicamente cada opción como función, que describa o represente los puntos, este es el centro de discusión y análisis, encontrar la ecuación, probar que coincida con los puntos representados. Aquí el profesor guía en el razonamiento para encontrar para ambas opciones la relación ecuación o ley que permita saber el costo para x km, desde x= 1km, x= 2km, x= 10 km, x= 20 km hasta x= n km.

Profesor: Ahí trazamos la recta, ustedes saben ¿cómo trazar la recta?

Alumnos: siii.

Profesor: la recta, representa una función lineal. La escribimos y después la trazamos o la trazamos y después escribimos.

Alumnos: la escribimos.

Profesor: bueno. ¿Cómo hacemos para escribir la función?

Alumno: y=

Profesor: y= … vemos de donde partimos para representar la función.

Alumno: del 20.

Profesor: y de ahí y = 20…¿ por qué 20? Porque comienza pagando 20 pesos.

Alumno: profe, profe, ¿desde el principio?

Profesor: si, y de ahí ¿cuánto pagamos?

Alumno: 40.

Profesor: ¿y de dónde salió el 40?

Alumno: de 20 + 2 por 10.

Profesor: entonces, ¿cómo expresamos la función? Y= 200 + 2 pesos, ¿por qué?

Alumno: por km.

Profesor: ¿con qué representamos los kilómetros? ¿En qué eje?

Alumno: eje x

Profesor: chicos, sería más 2 pesos por km pero en lugar de km tenemos que armar una ecuación que nos permita calcular para varios valores en cuanto a distancia, entonces es 2 por…

Alumno: por x.

Profesor: por x, ¿x puede tomar qué valores? Puede tomar 10 km, 20 km, 30km cualquiera de esos valores puede representar, entonces a los 10 km, realizan 2 por 10 cuánto es? 20 + los 20.

Alumnos: 40 pesos.

Profesor: 40 pesos es lo que pagan. Quiere decir, y vale cuarenta cuando x vale 10 km y si hacemos x= 20, reemplazamos 2 por 20 + 20 son 60 pesos. Entonces, vamos reemplazando los km recorridos y en función de esta ecuación vamos a obtener 20 + 2 por la cantidad de km recorridos. Si recorrió 20 km va a ser y= 2$. 20 km + 20$ = 60 $. Teniendo representada la función, podemos imaginar para 60 km, entonces va a ser y= 2$ por 60 km es igual a 120 más 20 pesos es 140 pesos. Es decir, si una persona quisiera recorrer 60 km debería abonar…lo buscamos, tendría que abonar 140 pesos de tarifa.

Podemos marcar la recta.

Alumno: ¿marcamos?

Profesor: si, damos enter.

Como verán no es necesario unir los puntos para poder trazar la recta, solamente escribo la ecuación, una vez que la ecuación está escrita y está escrita correctamente damos enter y el programa la gráfica pasando por los puntos que ustedes marcaron.

En esta etapa analizan la proporcionalidad. Los alumnos deducen que es una proporcionalidad directa, no pueden explicar el porqué. El profesor guía en el razonamiento, más aún, porque una de las funciones representa una proporcionalidad directa y la otra no, o bien a partir de la base de x valor.

El profesor guía el análisis en base a propiedades o relaciones, como por ejemplo la representación gráfica de magnitudes que varían en forma directamente proporcional da una recta. En un primer momento dudan la representación gráfica de la recta correspondiente a la opción del remisse que cobra de base $20 que sea una función directamente proporcional, más allá que la representación gráfica sea una recta. Analizan por donde pasa la recta.

Comparan con la opción del segundo remisse, visualizan la diferencia entre ambas gráficas, en esta segunda opción la representación gráfica de la recta pasa por el origen. Este remisse directamente cobra por los km recorridos. El profesor establece la diferencia entre ambas rectas, no siempre representa una proporcionalidad directa. Una de las características de la recta, en una función de proporcionalidad directa, es que pasa por el origen del sistema de ejes cartesianos.

La primera opción comienza con $ 20, es decir para 0 km $20 de base y a partir de allí varía en forma directamente proporcional.

Profesor: para que quede registrada la función vamos a insertar texto, damos doble clic y ahí escriben la ecuación. Queda sobre la gráfica, expresada.

Ahora esta función representa una proporcionalidad? Y ¿Por qué?

Alumno: observando con atención y con voz no muy segura, si representa una proporcionalidad directa.

Profesor: ¿por qué? ¿Por qué razón sabes que es una proporcionalidad directa?

Alumno: ¿por qué?, profe…

Se genera un momento de bullicio y comentarios algunos dicen si es una proporcionalidad, otro no, discuten.

Alumno: yo le pregunto profesor ¿por qué?

Profesor: a ver piensen… ¿por qué? Es o no una proporcionalidad…

Alumno: si para mí es una proporcionalidad directa.

Profesor: cuando representan una proporcionalidad directa, ¿les da una recta?.

Alumno: sí es una proporcionalidad porque te da una recta

Profesor: ¿cómo es esa recta? ¿Por donde pasa? ¿Pasa por el (0;0), el origen?

Alumnos: noo a coro,

Alumno: pasa por 20.

Profesor: Por y= 20.

Pensemos por 10 km, ¿cuánto pagamos?

Alumno: 20 pesos.

Profesor: ¿Si hacen otro 10 km más?

¿Cuánto se paga?

Alumno: 20.

Profesor: si ahora duplican los km ¿qué pasa con el precio?

¿Cuánto se paga de acá a acá? por la distancia de 10 a 20 km.

Alumno: 40.

Profesor: 40.

Alumno: y de ahí se va agregando 20 pesos más.

El profesor juega con los alumnos en la gráfica, agregando o restando km, analizando lo que se paga.

Profesor: por 10 km pagaron 20 $, hicieron 20 km pagaron 40 pesos, es decir, el doble. ¿Es una proporcionalidad?

Alumno: sí…

Profesor: pero… resulta que acá hicieron 0 km y pagaron 20 $.

Alumno: ah!! No entonces, nada que ver.

Profesor: ¿qué pasó ahí?

Alumno: no sé entonces…

Profesor: es una proporcionalidad?

Alumno: no.

Profesor. A ver piensen…

Alumno: profe, no se haga el misterioso y diga…

Se produce momento de espera y silencio por saber en definitiva si representa o no una proporcionalidad directa.

Alumno: yo ya me estoy poniendo nervioso, diga profe…

Risas en el resto de los alumnos…

Profesor: hay una distancia en y, para 0 km representamos 20 $ no es una proporcionalidad.

Alumno: y si profe, si no recorrimos nada.

Profesor: a partir de allí hay proporcionalidad directa porque por cada km se cobra 2 pesos, sacando esos 20 pesos iniciales, a partir de que comenzó a moverse el vehículo. Se presentó una variante, en relación a lo que se venía estudiando.

Alumno: ah!! Los 20 pesos iniciales que se agregó, eso es la variante

Profesor: es una recta, como en la proporcionalidad directa, pero hay una diferencia ¿Cuál es esa diferencia? En la proporcionalidad directa ¿por dónde pasa la recta?

Alumno: por el punto 0.

Profesor: por el origen. En este caso es como si empezamos a considerar el origen pero desde el 20, entonces a partir de ahí se da la proporcionalidad directa.

Alumno: arrancando de 20.

Profesor: claro, arrancando desde y= 20. Bueno, esa es la diferencia.

No todas las funciones representan proporcionalidad, hay que analizarla y mirar desde donde, como en este caso, representa proporcionalidad directa

Profesor: vamos a analizar la segunda situación, si pasa lo mismo. ¿Qué hace el segundo remisse?

Vamos a representar en la misma gráfica.

Cobra 5 pesos por km, este segundo remisse? ¿Cómo será la ecuación para este caso? Y= a cuánto entonces sería…

En lugar de 2$ cuánto cobra este remisse? Cobra algo antes de partir como en el otro caso?

Alumno: No profe.

Profesor: entonces, desde donde empieza.

Alumno: desde 0.

Profesor: pero ¿cuánto hay que pagar, ahora?

Alumno: 5 pesos.

Profesor: si, 5 pesos ¿por qué?

Alumno: por km.

Profesor: Eso, representamos 5 pesos por km, por lo tanto por 10 km ¿cuánto nos va a cobrar este remisero?

Representamos 10 km que nos cuesta 50 pesos. Este sale más caro que el otro?

Alumno: este sale más caro que el de inicio cobra 20 pesos.

Profesor: el otro remisero nos cobró de entrada 20 pesos y por 10 km otros 20 pesos más, es decir 40 pesos, mientras que este por 10 km nos cobra 50 pesos.

Representamos esta nueva función. Representamos 10 km cuesta 50 pesos. Ahora si consideramos el doble de los km es decir, 20 km, nos va a costar 100 pesos. ¿Vemos la diferencia con el anterior? Para 20 km 100 pesos. Representamos las coordenadas (20; 100).

Juan por haber subido al segundo remisse no paga nada, al recorrer algunos kilómetros.

¿Cuántos km, aproximadamente, conviene que Juan pueda tomar el primer remisse y cuando le conviene, el segundo remisse?

Alumno: hasta donde logre recorrer más km.

Profesor: representamos la ecuación de esta segunda opción y= 5 x

Para distinguir podemos cambiar de color a la función, por ejemplo ingresamos a propiedades y seleccionamos como color, un rojo, para esta función, le podemos modificar la letra del texto, puede ser más grande y con negrita.

Los alumnos trabajan, cada grupo trata de mejorar la interfaz de la representación gráfica.

Profesor: marcamos un punto donde ¿Qué le pasa a las rectas? ¿Qué observan en este punto?

Alumno: las rectas se cruzan.

Profesor: si ahí las rectas se cruzan, y qué significa eso?

Hasta que kilometraje conviene tomar el taxi que cobra hasta $20 de base? ¿Les conviene menos de 7 km? ¿Qué taxi conviene?

Alumno: el primero.

Profesor: ¿cuál sería el primero?

Alumno: el que cobra 20 de inicio.

Profesor. Sale más barato o más caro.

Alumnos: más barato.

Profesor: ¿Cuál le sale más barato?

Alumno: el primero.

Profesor: ¿y a partir de qué km es más barato el que cobra de inicio 20 pesos? ¿Cuál conviene?

Hasta unos 7 km aproximadamente conviene el primero y luego el segundo a partir de allí.

Si tiene que ir a Resistencia ¿Cuál conviene? ¿Cuántos km hay de San Martín a Resistencia?

Alumno: 120 km

Profesor: 120 km ¿cuál conviene?

Alumno: el que cobra 5 pesos por km.

Alumno: no el que cobra de base 20 pesos y luego 2 pesos por km.

Profesor: ese es el que conviene.

Si van a ir hasta la escuela 100 ¿Cuál les conviene? ¿Cuántos km hay hasta la escuela N° 100?

Alumno: yo no conozco, profe.

Alumno: ¿cuál es la 100?

Se genera comentarios, bullicio…

Profesor: eh! No conocen la escuela 100.

Alumno: profe, la escuela 100 está a 10 km de San Martín.

Profesor: si está a 10 km ¿Cuál les conviene?

Alumno: entonces nos podríamos ir con el primero.

Alumno: no creo que llegaríamos hasta el cementerio.

Alumno: ¿Cuántos km hay hasta el cementerio?

Profesor: hay 4 km hasta el cementerio.

Alumno: no hay 2 km.

Alumno: tan poquito…

Alumno: creo que llegamos hasta la rotonda, nomás…

Ahora la discusión va cambiando de rumbo porque las rectas se cortan, por lo tanto, tienen un significado. El profesor guía para que puedan visualizar desde el gráfico que hay un punto donde las rectas se cruzan, toman el mismo valor, surgen preguntas de análisis por parte del profesor. También recurren a la expresión simbólica, es decir, traducir lo que se visualiza y la expresión verbal a la expresión escrita simbólica (Douady, 1986, citado por Godino et al., 2006). Encontrar analíticamente el punto de encuentro de las rectas. Se encuentra una de las coordenadas, el valor de x y en base a eso hallar en y, prueban en ambas funciones. Comprueban con la representación gráfica.

El profesor, para que logren entender la relación, según Vigotsky, brinda como andamiaje, un ejemplo relacionado con su contexto (Caldeiro, 2005) Trata de adaptar o acercar lo que más puede con la realidad, para que logren entender lo que representa cada opción. Ese punto de cruce de las rectas indica que antes de eso significa una cosa y después de eso significa o representa otra cosa, como conclusión. Es decir $x = 20/3$ km = 6,7 km el costo de ambos remisses coincide, cuesta lo mismo, $ 33,5. Si hacemos menos de 6,7 km conviene tomar el remisse que cobra directamente $5 por km pero después, nos conviene para $20 de base y $2 por km.

La validación, (siguiendo a Brousseau, 1998, citado por Artigue, 2002), se realiza contrastando tanto el cálculo analítico con la representación gráfica. Probando para valores menores a 6,7 km, por ejemplo, para 5 km y luego para valores mayores, por ejemplo 10 km.

Se genera nuevamente un clima de discusión sobre las distancias de aquí al Colorado, de San Martín a distintos puntos y el precio a pagar de acuerdo a las distancias, sobre qué es lo más conveniente.

Profesor: se dan cuenta de qué depende que le convenga o no un determinado remisse. ¿De qué depende? Depende de la cantidad de km, lo que le cobran por determinada cantidad de kilómetros.

Observemos donde se cruzan las rectas ¿Qué indica? ¿Qué representa? ¿Qué representa el punto donde se cruzan las rectas?

Toman el mismo valor las rectas.

Como los valores de y son iguales en ese punto (de la función) son iguales los segundos miembros.

$20 + 2x = 5x$

$5x - 2x = 20$

$3x = 20$

$X = 20/3 = 6{,}6\ldots = 6{,}7$

¿Cuál es el valor de x? Un compañero dice que x=5 ¿X es igual a 5?

Nos queda planteada una ecuación o sea tendríamos que ver cuántos km, tendríamos que averiguar cuántos km tenemos que recorrer para pagar el mismo precio.

X representa una incógnita. ¿Cómo resolvemos la ecuación?

Alumna: separamos los términos que tienen x.

Profesor: bien!

Alumna: 2x pasamos con 5x.

Profesor: a 2x lo pasamos al segundo miembro ¿cómo?

Alumno: restando.

Profesor: ¿por qué?

¿Cómo interviene en el primer miembro?

Alumno: Está sumando.

Alumno: esto quedó como una ecuación.

Profesor: es una ecuación, el signo igual divide en dos miembros, ¿dónde está el 5x?

Alumno: segundo miembro.

Profesor: ¿y el 2x?

Alumno: primer miembro.

Profesor: y para juntar las x ¿qué hacemos?

Alumno: se resta 2x a 5x.

Profesor: ¿por qué pasa restando 2x?

Si en el primer miembro tenemos 2x para eliminarlo del primer miembro que hacemos?

Alumno: bórrelo

Profesor: en lugar de borrarlo, restamos 2x en el primer miembro y 2x en el segundo miembro. Entonces el +2x y el -2x se restan, se eliminan, se cancelan

Vamos a escribir con rojo en ambos miembros, -2x (en insertar texto a la gráfica).

20 +2x**-2x** = 5x**-2x**

Toca el timbre, salen al recreo.

Luego de 10 minutos ingresan a la sala nuevamente.

Profesor: retomando lo que veníamos haciendo, tenemos que averiguar ¿cuántos km tenemos que hacer para pagar el mismo precio? ¿Cuántos km tienen que hacer los remisses, para que tanto uno como el otro, me cobren el mismo precio? Para determinada cantidad de km conviene uno y superando eso conviene el otro.

Alumno: depende profe, cualquiera de los dos puede salir lo mismo, hay uno que de entrada te cobra 20 pesos y luego 2 pesos por km y el otro son 5 pesos por km

Profesor: por eso tenemos que encontrar el punto donde me cobran lo mismo

$Y = 20 + 2x$

$Y = 5x$

Para que los dos salgan el mismo precio significa que $20 + 2x = 5x$, queda planteada una ecuación, lo que hicimos pasaje de términos para averiguar el valor de x.

O sea que a $20 + 2x \mathbf{-2x} = 5x\mathbf{-2x}$ le restamos en ambos miembros 2x, por propiedad de la suma, ¿se acuerdan de las propiedades?

Si le resto 2x en el primer miembro resto lo mismo en el segundo miembro, pero en el primer miembro al restar 2x hace que desaparezca +2x, pues si tienen 2 caramelos y lo comen no tienen más caramelos

Alumno: Si queda el papelito. Risas…

Profesor: en el segundo miembro tenemos 5x – 2x ¿qué es igual a qué?

Alumno: a 3x.

Profesor: a 3x, quedando $20 = 3x$.

¿Cómo despejamos x?

Alumno: dividiendo.

Profesor: ¿por qué dividiendo?

¿Con qué operación interviene el 3?

Alumno: la multiplicación.

Aquí resuelven analíticamente la ecuación para encontrar el valor de x que representa el punto en que se cruzan las rectas.

Para resolver aplican procedimientos algebraicos, tales como restar en ambos miembros de cada ecuación 2x, valiéndose de la propiedad uniforme y de la propiedad cancelativa de la suma $20 + 2x \mathbf{- 2x} = 5x \mathbf{- 2x}$

De ahí $20 = 3x$. Dividiendo miembro a miembro por 3 por propiedad uniforme de la división y luego aplicando propiedad cancelativa o simplificando en el segundo miembro se obtiene $x = 20/3$.

El profesor guía y ayuda a interpretar el uso y justificación de las propiedades adaptando y relacionando con el procedimiento de la balanza, de cómo equilibrar los platillos, (Vigotsky citado por Caldeiro, 2005)

> Profesor: tenemos que pensar, ¿cómo hacer desaparecer el 3 en el segundo miembro, que está dividiendo?, multiplicando, y multiplico en ambos miembros por 3.
>
> Lo que hago en el primer miembro, hago en el segundo miembro, es como si tenemos una balanza, como una balanza, si a la balanza le agregamos 1 kg en un platillo, se desequilibra, entonces agregamos 1kg en el otro platillo y equilibramos la balanza. Eso hacemos acá, le resto 2x en un miembro, resto 2x en el otro miembro, es como lograr el equilibrio en la balanza. En el primer miembro tengo $2x – 2x = 0$
>
> Acá tengo el 3 multiplicando, para eliminarlo, tengo que dividir por 3. Luego tengo 3x divido por 3 en el segundo miembro la balanza se desequilibra, tengo que dividir por 3 en el primer miembro al 20 para lograr el equilibrio. Pero en el segundo miembro tengo 3x/3 que es una x y en el otro miembro 20/3, es decir $x= 20/3$ veinte dividido tres o veinte tercio a que es igual aproximadamente 6,7, da un número periódico que lo aproximamos a 6,7.

En lugar de expresar 6, 666…. Se expresa como $6,\overline{6}$ con el arquito el 6 de la parte decimal, aproximadamente 6,7. Ese valor ¿Qué representa?

Alumno: km.

Profesor: si, porque en x tenemos representados km, vale decir, 6,7 km ¿Cuánto va a salir los taxis cuando cada uno haga 6,7 km? A ver averigüen. ¿Cómo averiguamos eso?

Si ustedes reemplazan 6,7 por 5 ¿Cuánto da esa cuenta? A ver calculen el precio para cada taxi para 6,7 km? Cuánto pagan por 6,7 km?

Alumno: ¿Cómo profe? ¿Qué cuenta?

Profesor: en estas dos ecuaciones.

Alumna: en una da 33,50 y en otra.

Alumno: 33,5 sería.

Profesor: ¿los dos?

Alumno: no, uno 33,5 y el otro.

Profesor: y el otro,¿cuánto le da?

Alumno: 2 por 6,7 + 20, sería 33,4.

Profesor: aproximadamente da 33,4 para uno y 33,5 para otro en 6,7 km diferencia dada por los decimales. Como verán que para este recorrido los dos nos cobran el mismo precio.

¿Se entendió?

O sea, estos km ¿dónde reemplazan? Hagan nuevamente las cuentas insertando texto a la gráfica.

Para 6,7 ¿Cuánto pagan en cada remisse?

Alumno: uno da 33,4 y el otro 33,5.

Profesor: vamos a tomar 33,4.Hasta 6,7 km ¿cuál remisse conviene?

Alumno: el de 5 pesos.

Profesor: luego pasado los 6,7 km ¿Cuál conviene?

Alumno: el que cobra 20 pesos + 2 pesos por km.

Profesor: miremos un poco la gráfica, si quisiéramos recorrer 5 km ¿qué remisse nos conviene?

Alumno: depende.

Profesor: si para 5 km.

Alumno: el primero.

Profesor: uno va a ser Y= 5.5 = 25 y el otro?

Alumno: 20.

Profesor: el de 5 pesos por km conviene más que el que cobra de entrada 20 pesos?

Alumno: sí…

Profesor: ¿y si vamos a recorrer 10 km?

Alumno: el primero.

Profesor: el primero. Y la gráfica del primero ¿Cómo está en relación al segundo? Hasta 6,7 está más baja en relación al eje x y luego de 6,7 va a estar más arriba. Eso nos indica cuál nos conviene.

Alumno: profe ¿cómo muevo esto? ¿Cómo cambio de lugar?

Profesor: haz clic con el botón derecho aparece una manito, manteniendo presionado, mover y ubicas donde veas que se visualice bien. Con botón derecho vas a propiedades del texto puedes agrandar letras, cambiar color, escribir con negrita.

Alumno: profe, ¿dónde tengo que entrar?

Profesor: hago de nuevo con botón derecho, voy a propiedades de texto cambio color, negrita.

Alumno: pero aparece texto 1, texto 2.

Profesor: hay varios, pero apoyas el cursor en aquel que quieres cambiar.

Alumno: mire, ahí profe.

Profesor: los que van terminando el trabajo pueden ir guardando

Alumno: puede venir un segundito.

Profesor: coloquen al trabajo su nombre para guardarlo.

Chicos, Vayan guardando con su nombre el trabajo que vamos a controlar el jueves.

Profesor: esto se puede hacer con línea punteada para que les quede más lindo (para indicar las coordenadas de los puntos).

El profesor va mirando las producciones de los chicos, los alumnos preguntan sobre detalles, van completando la actividad.

Chicos, vayan a archivo y de ahí a guardar como, de ahí se despliega la carpeta mis imágenes, guardamos en la carpeta mis imágenes, ¿y qué nombre vamos a poner?, problema del taxi.

Alumnos: risas…

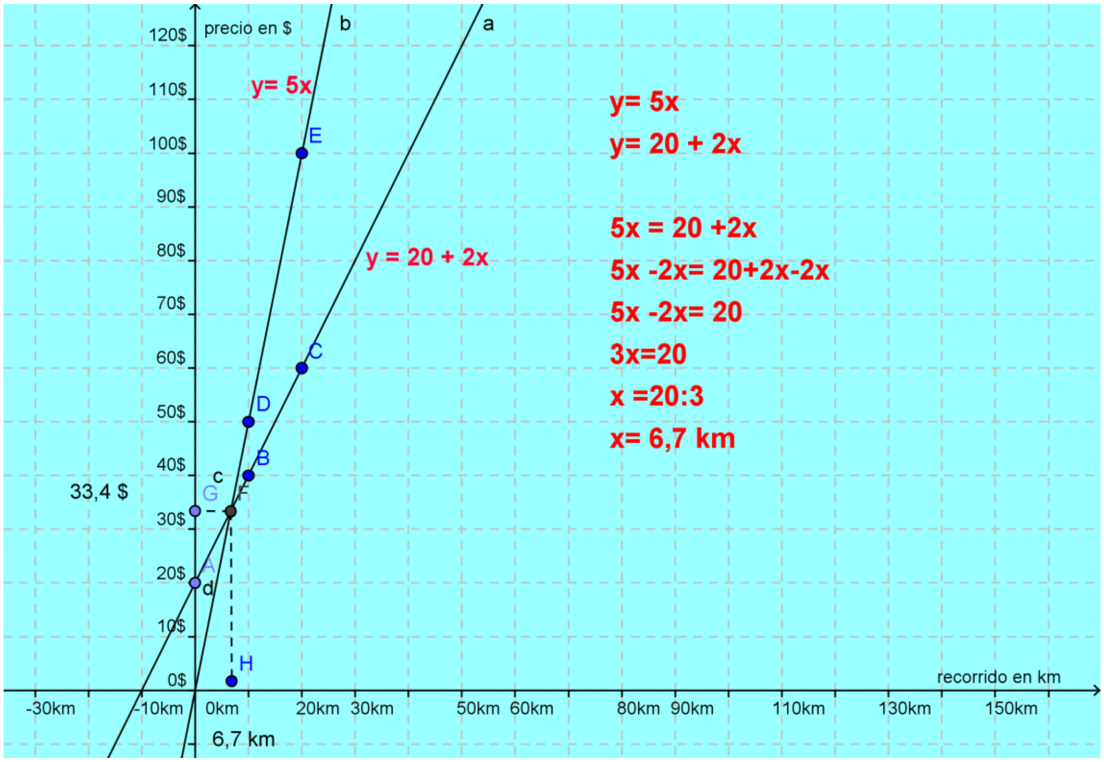
Profesor: ¿qué nombre ponemos? Recuerden que tienen que acordarse para encontrar cuando buscan. Dejamos entonces problema del taxi, eh! ¿Qué nombre eligieron ustedes?

Alumno: nosotros, por el Apellido.

Profesor: Correu Ana, Saenz Brenda, Muñoz Gustavo, Miño Darío, Alarcón Ana.

Bueno, guardar y enviar a …

Pudieron todos, guardar?



Como conclusión final, se considera que no se logra al cierre de la clase, descontextualizar e institucionalizar los contenidos puestos en juego y que han permitido resolver la situación, más allá, que durante la misma, se ha puesto énfasis en los mismos, tanto gráfica como analíticamente (Brousseau, 1998, citado por Artigue, 2002)

Pero de todas maneras, se evidencia un trabajo fecundo, en el cual el alumno cumple un rol de participación a través del trabajo exploratorio, de representación de pares de valores que se corresponden, de análisis del comportamiento de cada función, de interpretar lo que representa cada función cobrando sentido real. Es donde se dan cuenta que los conceptos cobran significación, tanto en relación a la expresión algebraica y gráfica-geométrica de funciones de proporcionalidad, como en su contextualización en diferentes situaciones del ámbito cotidiano y de las ciencias. El aprendizaje adquiere un valor práctico cercano al estudiante pues puede visualizar y analizar cómo los conceptos y contenidos involucrados, funcionan en la vida diaria, según Vigotsky, (Caldeiro, 2005). Por otro lado el estudiante pone en juego, estrategias de razonamientos desarrollando metodologías y habilidades cognitivas diferentes.

El profesor da tiempo suficiente para que los estudiantes puedan dialogar, discutir, dudar, pensar, analizar, contradecirse con el compañero, revisar no uevamente la situación, analizar las condiciones, probar el dominio de validez. También se esfuerza por relacionar a partir de ejemplos de uso cotidiano con la cientificidad que representa el concepto de función de proporcionalidad, en términos de Vigotsky (Caldeiro, 2005). Esto da cuenta de la interrelación de la tríada pedagógica con la incorporación de un cuarto elemento como medio, el GeoGebra, (Artigue, 2002), para lograr la apropiación no sólo de contenidos, sino también, las capacidades y habilidades de los estudiantes para analizar, discutir, razonar y fundamentar de manera progresiva, con criterio, las técnicas puestas en juego.

Clase 11 de noviembre de 2010 (34 alumnos presentes)

En esta clase se acuerda trabajar con el concepto de homotecia, como aplicación de proporcionalidad geométrica. Representar en forma gráfica con el software GeoGebra y analizar las propiedades. Para visualizar el papel que juega el centro de homotecia y la razón se incorpora como variante la animación de una homotecia.

La consigna de la clase es:

Como tareas

Imaginar un foco y analizar como proyecta la sombra de un objeto, acercándolo y alejándolo del mismo.

Relacionar el foco con el centro de homotecia y la razón o escala con la distancia de acercamiento o alejamiento.

Representar con GeoGebra la homotecia de una figura geométrica, por ejemplo un triángulo con respecto a un punto como centro de homotecia para distintos valores de la razón o escala, por ej 1,-1, 2, -2, ½, -1/2 , 3, -3, etc.

Analizar las características de la figura o imagen obtenida en relación a la figura original.

Medir las distancias o longitudes de los lados de las figuras utilizando las herramientas de GeoGebra, a efectos de comparar las figuras homólogas y constatar la relación con el valor de la razón o escala.

Preparar una animación con GeoGebra, para analizar distintas situaciones de homotecia. Qué sucede con la imagen obtenida cuando la razón o escala es 1, es un número mayor a 1, comprendido entre 0 y 1, comprendido entre -1 y 0 o menor que -1.

Uno de los obstáculos (Brousseau, 2007) que se espera, es no saber cómo representar la homotecia utilizando el programa, puesto que, deben manejar cómo deben construir, es decir, homotecia de centro a de razón k. El uso del GeoGebra se relaciona con la notación o expresión símbólica.

El profesor presenta el tema adaptando lo solicitado por la consigna relacionando con el efecto que produce la sombra proyectada por un objeto delante de una lamparita.

Utilizando las herramientas de GeoGebra se construye un polígono, dados tres puntos teniendo los valores de coordenadas, se aplica homotecia con respecto a otro punto variando la razón o escala. Visualizan que al duplicar la razón se duplican los lados de la figura, para comprobar miden las longitudes de la imagen respecto de la dada o de referencia.

La visualización favorece el razonamiento de aspectos analíticos. Permite ver y analizar la situación con el fin de seguir una generalización, su prueba y verificación en un proceso (Arcavi y Hadas, 2003)

Ingresan los alumnos a la sala de computación, se ubican en las máquinas, el profesor saluda a la clase.

Profesor: chicos vamos imaginarnos si tenemos un foco, lo que tenemos en la casa. Si ponemos un objeto frente a un foco, este proyecta una sombra ¿cómo es esa sombra? que pasa con la sombra si al objeto lo acercamos

Alumnos: se agranda

Profesor: se agranda, y si lo vamos alejando.

Alumnos: se achica.

Profesor: la sombra se achica. Entonces, la homotecia es un movimiento muy similar a este que estamos comparando en este instante. Este objeto que proyecta una determinada sombra, para este movimiento que se llama homotecia, vamos a necesitar un punto, ese punto si lo trasladamos a nuestro ejemplo representaría el foco, es el centro de homotecia, no solo vamos a necesitar conocer el centro de homotecia sino también la razón de homotecia.

Para hacer la gráfica de homotecia vamos a dibujar una figura, le vamos a dar las coordenadas, el punto a de coordenadas (1; 2), es decir 1 representamos en el eje x y 2 representamos en el eje y.

El punto b de coordenadas (2; 3), es decir 2 en x y 3 en y, y el punto c ¿qué coordenadas tiene ahí en la gráfica de la proyección?

Alumnos: 3 en el eje x y 1 en el eje y.

Profesor: es decir, (3; 1) ¿y las coordenadas del punto exterior a la figura? El punto d ¿Cuáles son las coordenadas del punto d?

Cristian: (5; 3).

Profesor: (5; 3) 5 en x y 3 en y. Vamos a realizar la homotecia del triángulo con centro de homotecia en d. Pero, ¿qué necesitamos para hacer una homotecia? Tenemos que considerar la razón de homotecia. Es como si fuera una escala. Por ejemplo.

Homotecia de centro en d de razón 2, para eso seleccionamos homotecia, desde un punto por un factor de escala –de GeoGebra- es decir va depender de la escala que le damos y del punto desde donde consideramos, por ejemplo, la escala o razón 2, ¿qué pasa si considero 2 como razón? ¿Dónde apareció la imagen? ¿Y cómo es la imagen?

La imagen es a´b´c´, la razón de homotecia es 2 ¿qué tendrá que ver el 2 con la figura obtenida?

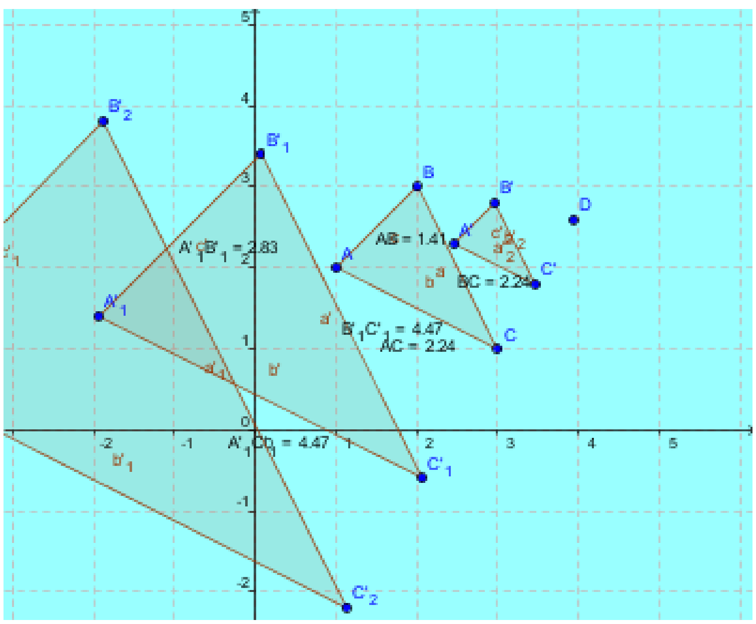
Si comparamos con el ejemplo de la sombra que proyecta un foco de un objeto la figura obtenida a´b´c´ es la sombra ¿cómo es?

Darío: más grande.

Profesor: pero ¿cuánto más grande es la imagen obtenida?

Darío, Cristian: el doble, el doble…

Profesor: el doble. ¿Qué se podría hacer para saber que es el doble?



Ana: medir la distancia.

Profesor: medimos la distancia por ej. de a a b da 1,41 cm.

De a´a b´ 2,83 cm.

Midan la distancia o longitud de a a c.

Darío: La distancia de a a c es 2,24cm y de a´a c´es 4,48 cm.

Profesor: entonces ¿cómo es la distancia o longitud del lado de la figura imagen?

Alumnos: el doble.

Profesor: la distancia es el doble ¿por qué? Por qué la razón es 2, es el doble. ¿Qué pasaría si la razón es 3?

Cristian: va a ser 3 veces más.

Profesor: 3 veces más, probamos…

Hacemos homotecia con centro en d y razón 3. Aparece una nueva figura o imagen que es 3 veces más grande, se amplía 3 veces más.

Medimos las distancias. Entonces, la distancia de a´b´ es el triple de la distancia de ab.

Visualizan que al duplicar o triplicar la razón se duplican o triplican los lados de la figura homóloga o imagen, para comprobar miden las longitudes de la imagen respecto de la dada o de referencia. Observan que los lados son proporcionales y dependen de la razón. Prueban que si la razón es 1 coincide la figura imagen con la de referencia, los lados de la figura y su imagen tienen la misma medida.

Creen que al tomar la razón un valor negativo, por ejemplo, -1 o -2 la imagen se achica. Prueban y se sorprenden al realizar la gráfica por que les da del lado opuesto. Si la razón es -1 obtienen una imagen en sentido contrario y con la misma longitud de sus lados en relación a la original. Si es -2 se duplican las distancias del centro a cada vértice y los lados. Si mueven la figura se mantienen las dimensiones de acuerdo a la razón. Si ampliamos o achicamos la figura, su imagen se amplía o achica conforme a la razón considerada.

Marcela: profe como se hace con GeoGebra la homotecia?

Profesor: se selecciona el ícono que dice “homotecia desde un punto por un factor de escala”, se hace clic sobre eso, luego en la figura con respecto al punto d, en este caso, y se abre tipo un cuadro o ventana que dice, número o factor de homotecia, donde se coloca la razón o escala que queremos, ya sea, para ampliar o achicar la figura y, luego, clic en aceptar. Allí aparece la imagen de la figura dada.

Por ejemplo, selecciono como factor de homotecia ½, hago homotecia de esta figura, de este triángulo con respecto a d, chicos primero se hace clic en la figura, escribo el factor de homotecia ½, la imagen se reduce a la mitad.

Mauro: yo profe le puse 1.

Profesor: si puedes poner como factor de homotecia o razón 1.

Mauro: pero no te da la imagen.

Profesor: ¿cómo no?

Mauro: profe no me da la imagen, no tiene imagen.

Profesor: observa bien, fíjate que tienes a´b´c´.

¿Por qué cree que no te da la imagen? Si observas bien te coincide con la figura abc.

Para darte cuenta borra y verás que debajo está la figura inicial, aparece más clara la figura que cuando está superpuesta ambas figura el color aparece más intenso. Haz de nuevo y verás.

Mauro: ah! sí, profe, ahora me doy cuenta, tiene la misma medida cuando es 1, la razón.

Profesor: prueben con razón = -1, o prueben con -2 ¿qué creen que va a ocurrir?

Cristian: va a ser más chica la figura.

Profesor: hasta ahora la razón que usamos fue positiva, ahora ¿qué va a suceder cuando la razón en negativa?

Darío: nosotros estamos probando con -1.

Marcela: nosotros con -2.

Profesor: no importa, lo que importa es que prueben cuando es negativa la razón de homotecia.

Mauro: profe venga.

Profesor: sí.

Mauro: cuando es negativa me da del otro lado, aparece del lado opuesto.

Cristian: sí a mí también, me da el doble con -2 y de sentido contrario, ¿está bien profe no?

Profesor: sí, perfecto.

Cuando la homotecia tiene como razón -1, la imagen que se obtiene es opuesta con respecto al centro de homotecia y con la misma longitud a la dada ¿qué tipo de movimiento similar vimos hace poco?

Chicos: muevan un punto de la figura o el centro de homotecia ¿qué pasa con la imagen?

Alumnos: se mueve la imagen.

Profesor: Es como cuando movemos un objeto frente a un foco también se mueve la sombra.

Joel: si se mueve un punto agrandando la figura la imagen se agranda o si hacemos al revés achicamos la figura, la imagen se achica.

Profesor: si observan a medida que mueven se mantienen las dimensiones, según la razón que ustedes hayan considerado, si es 2 mantiene en el movimiento la imagen, el doble en cuanto a la longitud de sus lados, y la distancia del centro de homotecia a la imagen, es el doble, y se mantiene el doble, al moverse de la distancia del centro de homotecia a la figura original.

Chicos, una vez que terminaron guardan este trabajo, lo guardamos…

Lo guardamos como homotecia.

Juan: profe, ¿cómo lo podemos guardar a esto?

Profesor: lo podemos guardar como homotecia.

La incorporación de la animación permite visualizar en forma dinámica el cambio de razón pasando de valores negativos mayores que 1 en valor absoluto a valores positivos mayores a 1. Esto motiva a los estudiantes a aprender a realizar la animación.

Vamos a hacer otra figura pero con animación donde le vamos a agregar con GeoGebra el deslizador, donde vamos a poder ver, como varía la imagen en relación a la figura cuando hacemos variar la razón de homotecia.

Chicos: hacemos la figura con las coordenadas que nos marcó la profe..

Quisiera que nombren las coordenadas del punto d, centro de homotecia. ¿En qué coordenada se encuentra el punto d?

Cristian: (3; 2).

Profesor: 3 en x y 2 en y. ¿Y el punto c?

Mauro: (5; 3).

Profesor: 5 en x y 3 en y. ¿Y el punto a?

Cristian: 2 en x y 2 en y.

Profesor: ¿y el b?

Cristian: el b, 4 en x y 4 en y

Profesor: y el centro de homotecia, f podremos colocar en las coordenadas (7; 4), 7 en x y 4 en y ¿Está, las coordenadas (7; 4)?

Tenemos hecha ya, la gráfica.

Profesor: estamos ya preparados. En el segundo ícono de derecha a izquierda seleccionamos deslizador, hacemos doble clic en deslizador y allí aparece una ventanita que debemos completar, donde dice nombre vamos a escribir razón y vamos a indicar que la razón la vamos a variar en el intervalo -5 (como mínimo) y 5 (como máximo) o indicamos de -2 a 2 como queramos variar.

Mauro: profe razón tiene que llevar tilde

Profesor: sí.

Profesor: dejamos entonces el intervalo de -5 a 5, ¿no?

Alumnos: síii.

Profesor: y donde dice incremento escribimos 0,1, luego hacemos clic en aplicar.

Y allí aparece el deslizador, si movemos el deslizador vemos que varía entre -5 y 5 que está representando a la razón y con botón derecho hago clic sobre deslizador aparece la manito, eso indica que puede mover de un extremo a otro el deslizador con los valores de variación indicados, es decir tiene que variar de -5 a 5.

Bueno, quieren cambiar de 0 a 5, lo podemos hacer.

Me siguen hasta acá, vamos ahora a otro deslizador. Ahí y le vamos a escribir en la ventanita, ahora deslizador donde dice nombre, en intervalo le vamos a indicar de 0 (mínimo) a 1 (máximo) y el incremento le vamos a escribir 0,01 para que podamos ver el movimiento corrido

¿Qué significa aquí que indiquemos el intervalo de 0 a 1? Significa que el deslizador al estar indicando una determinada razón lo hace en un 100% de su recorrido. Por ejemplo, la razón está indicada -2 el recorrido total o 100% es de 0 a -2, luego hacemos clic en aplica y aparece el otro deslizador.

Con el botón derecho, haciendo clic, aparece una manito que me permite moverlo y acomodarlo al deslizador en el lugar que consideremos más adecuado, que no nos moleste.

Ahora vamos a tratar de poner en funcionamiento. Vamos a homotecia, ya están los deslizadores, ahora indicamos o hacemos clic en homotecia desde un punto por un factor de escala del polígono con respecto al punto centro de homotecia, es decir, hacemos clic en el centro de homotecia, allí se despliega la ventanita para que funcionen los dos deslizadores, vamos a indicar razón asterisco deslizador (razón*deslizador) y hago clic en aceptar. Aparece la imagen.

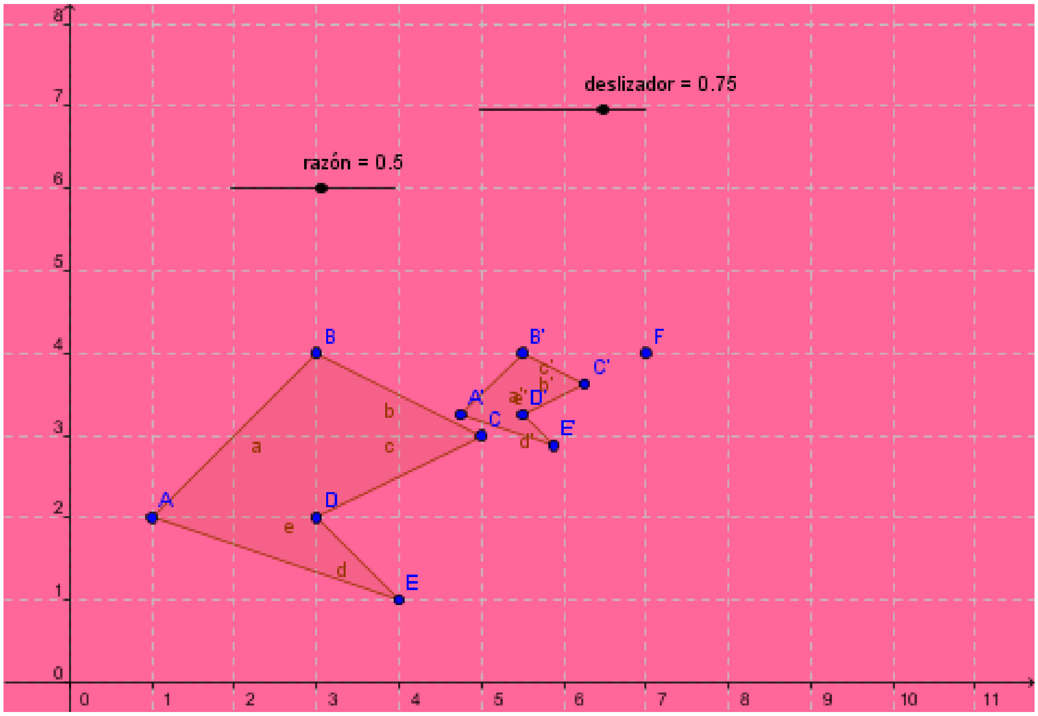
Luego sobre el deslizador, haciendo clic con el botón derecho, se despliega una serie de funciones, de las cuales hacemos clic, en animación automática.

Los alumnos ven como funciona…(al cambiar la razón cambia las dimensiones de la figura) y eso hace que todos se preocupen para lograr la animación.

Mauro: profe venga

Profesor: Mauro, le falta la tilde a razón

Chicos les recuerdo algo, vayan pasando todo mis documentos, porque vamos a comenzar a trabajar con la integración y van a tener que ir completando sus trabajos, algunos tendrán que hacer algún trabajo en especial porque vimos que se apoyaron mucho en el compañero y se limitaron a mirar lo que hacía el compañero, no se animaron a manejar el mouse y es necesario que también manejen el mouse.



Chicos guardamos el trabajo, ya está por ser la hora. Guardamos este último trabajo chicos, agréguenle antes de guardar un fondo de color porque sino al recuperar la imagen aparece borrosa de color negro. Entonces, ¿cómo guardamos?, haciendo clic en exporta vista gráfica como imagen, al archivo le escribimos homotecia 1 porque ya tenemos guardado un archivo con el nombre homotecia.

Bueno chicos será hasta la próxima clase.

Evaluando la clase, más allá que se trabaja con una de las propiedades y que no se cierra el tema, puesto que no se analiza qué pasa con los ángulos correspondientes y con el área de las figuras, son planteos que quedan abiertos para continuar explorando, anticipando resultados o ideas y probando.

Se comienza a transitar la etapa de integración, por lo tanto se acuerda trabajar con una guía de problemas prevaleciendo como objetivo evaluar como temas números decimales, unidades de SIMELA como longitud, peso, capacidad y superficie, proporcionalidad, transformaciones en el plano tales como los movimientos rígidos en el plano y homotecia.

Clase del 16 de noviembre de 2010 (34 alumnos presentes)

En esta clase comienza la etapa de integración, se trabaja con una guía de problemas, los alumnos trabajan en grupo de tres. En principio lo hacen con lápiz y papel para organizar el planteo y algunos procedimientos y luego resolverlos con el uso del programa GeoGebra.

El objetivo es resolver los problemas, repasar los contenidos que se ponen en juego.

Como tarea:

Lectura comprensiva de problemas,

Seleccionar una situación problemática para trabajar específicamente en diferentes marcos de representación.

Encontrar las relaciones entre los datos. Plantear la situación. Proponer estrategias de solución en forma analítica- simbólica.

Representar geométricamente la situación planteada a través del uso del software GeoGebra.

Se anticipa que los estudiantes evidencien dificultades para expresar simbólicamente sus razonamientos y para avanzar en el desarrollo de las tareas en forma autónoma, por lo que se prevé intervenir con preguntas exploratorias. También, en el uso de algunas funciones de GeoGebra, para representar gráficamente la situación a resolver.

El profesor ingresa al aula, saluda y les dice

> Profesor: chicos hoy vamos a trabajar en grupo de a 3. Podemos formar grupo de 3 para poder trabajar en las actividades de integración, Lucas, por favor, primero vamos a realizar aquí las actividades con lápiz y papel y después vamos a ir a la sala de computación para representar las proporcionalidades, los planteos que nos están pidiendo los problemas.

Lucas, siéntate, estamos en etapa de integración y tienen que trabajar.

Chicos están muy desorganizados, hablan, vamos a organizarnos, por favor, por grupo conformados por 3 integrantes, vamos a resolver tres problemas de la guía, lo van a desarrollar en papel, lo más prolijo posible, porque después vamos a ir a la sala de computación y vamos a realizar o representar con el GeoGebra.

Estamos integrando como tema números decimales, proporcionalidad y las unidades de SIMELA, longitud, peso, capacidad, superficie, etc.

Lo importante es que ustedes vayan desarrollando y anotando lo que van haciendo que tengan registrado, si…lo que no entiendan van preguntando.

Bueno, nos movemos un poco para organizarnos en grupo de tres, despacio porque otros cursos están trabajando…

A ver ¿qué dice el primero?, un agricultor ha recolectado 1500 kg de trigo, 895 kg de cebada

Ha vendido el trigo a 22,35 pesetas el Kg y la cebada a 19,75 pesetas. Chicos en lugar de pesetas vamos a expresar en pesos porque esa es nuestra moneda como esto está bajado de internet trabaja con unidades monetarias de otros países, donde dice peseta cambien por pesos. Calcula el total por la venta de trigo y la cebada.

Bueno, calculamos cuánto se saca con 1500 Kg de trigo a 22,35$ el Kg, sacamos esto.

¿Cuánto pagan por kg de trigo?

Cristian: 22,35 $.

Profesor: averigüemos para 1500 kg

La cebada cuánto pagan el Kg?

Alumnos: 19,75 $.

Profesor: realizamos el planteo, escribimos…

¿Cuál es la diferencia entre la venta de trigo y la venta de cebada?

Cristian: para sacar la diferencia se hace una resta, profe.

Profesor: chicos, la diferencia lo pueden sacar con la calculadora. Así vayan realizando las actividades.

Hay grupos que trabajan y que están resolviendo las actividades, prevalece la regla de tres simple, como procedimiento.

Cristian: ¿hay que entregar esto después, profe?

Profesor: voy a realizar un comentario, para la integración vamos a trabajar con este material que ya está en la fotocopiadora. Vamos a trabajar sobre este material. Hay actividades que tiene que ver con la realización de operaciones con decimales. Me interesa que una copia por grupo tenga para ir practicando. Vamos dar unas clases a manera de repaso así que ahí tiene ejercitación para ir haciendo. Las actividades de evaluación de integración van a ser de estas características, así que vayan resolviendo, vayan ejercitando y después vamos a hacer una evaluación de acá a dos semanas. La idea es que ejerciten e ir controlando acá.

Profesor: después del recreo nos encontramos en la sala.

Salen al recreo

Ingresan a la sala de computación, ahora cada grupo en una computadora.

Profesor: chicos abrimos el programa GeoGebra.

Mauro: vamos a seguir con los mismos.

Profesor: chicos vamos a representar la segunda situación, es necesario conocer los datos que van a representar en el sistema de ejes de coordenadas cartesianas. Necesitamos tener los apuntes, los problemas.

Seleccionan un problema para su estudio. Para representar gráficamente utilizando GeoGebra, con la guía exploratoria del profesor, encuentran dos opciones: Un coche A consume 7,5 litros de gasolina por cada 100 kilómetros y otro coche B consume 8,2 litros de gasolina por cada 100 kilómetros. Deben averiguar

a) La gasolina que consume cada coche en un kilómetro

b) El importe de la gasolina que consume cada coche en un trayecto de 540 km, si el litro de gasolina cuesta $ 5.

Para eso analizan como se relacionan las variables, cuál es la variable dependiente e independiente. Asignar a cada eje el rótulo, la escala y la unidad. De allí encontrar la relación de correspondencia o par (x; y). Encontrar cuántos litros se consume con recorrer un km para cada caso.

Analizar qué pasa si se reduce a la mitad el recorrido, cuál es el consumo en litro de nafta para cada auto.

¿Qué vamos a representar primero? Tendríamos que ver primero quien de los dos coches consume más, ahí dice 7,5 litros, poder representar 7,5 litros cada 100 km, qué cantidad de gasolina consume el coche en 1 km, es decir, de 100 reducir a 1 km, entonces, en qué eje vamos a representar los km. Vamos a tener que expresar el rótulo y la unidad.

Al eje x, qué rótulo le vamos a asignar y al eje y, qué rótulo le vamos a asignar, se acuerdan de eso?

Mauro: no.

Profesor: no.

Risas, risas…

Profesor: al eje x, ¿qué unidad le asignamos?

Alumnos: km.

Profesor: km.

Darío: ¿qué va en el eje x?

Profesor: y eso lo que estoy preguntando y lo que ustedes me están contestando.

Cristian: km.

Profesor: ¿qué tenemos que averiguar de acuerdo al planteo del problema?

Darío: los kilómetros.

Profesor: a ver… dice calcular la gasolina que consume cada coche en un km, coche A y el coche B. Entonces km recorridos ¿dónde nos conviene representar?

Alumnos: en el eje y

Profesor: y en el eje x …la cantidad de gasolina en litros.

Alumnos: síiii.

Profesor: la distancia o escala a trabajar vamos a indicar de 1 en 1.

Y el eje y ahora, cantidad de gasolina dijimos en el rótulo y como unidad litros.

Y en el eje x.

Alumnos: distancia o recorrido.

Profesor: recorrido, como rótulo y como unidad.

Alumnos: km.

Profesor: km, bien! Y la escala nos conviene de 10 en 10, ahí.

Para representar 10, 20, 30,…..,100 km.

Hay que indicar en vista gráfica, las unidades de visualización en pantalla de cada eje, ver el máximo y el mínimo.

Vamos a vista gráfica, eje x, en x tenemos representado como unidad litros, rótulo, consumo, la escala de 1 en 1 porque es 1,2,3… litros, el máximo es 10 u 11 litros que es lo que podemos visualizar en pantalla sobre el eje x. El mínimo 0 litros.

Mauro: ¿cuánto el mínimo?

Profesor: fíjate lo que te indica el mismo programa.

Mauro: -1.

Profesor: si -1, déjale aunque no se puede expresar en la realidad -1 litros pero en el eje x, es lo que te permite visualizar.

Vamos al eje y, ¿qué unidad usamos?

Alumnos: litros.

Profesor: litros, ¿y el rótulo?

Mauro: al revés, es km, litros va en el eje x

Profesor: ustedes me están diciendo al revés, yo sigo lo que ustedes dicen, no confundan.

Entonces, para poder visualizar en pantalla el eje y vamos a colocar como escala o distancia de 10 en 10, como mínimo -10 y como máximo 100.

Cristian: de 10 en 10 va profe.

Profesor: si así como está acá, de 10 en 10. En el eje x va de uno en uno la escala o distancia y en el eje y va de 10 en 10.

Cristian lo que tienes que cambiarle el máximo, 100 es el máximo, va desde 0 de 10 en 10 hasta 100.

Damos ok, es decir, aceptar, seguimos chicos. Cerramos, bueno está.

¿Qué representamos primero? En 100 km ¿cuánto se gasta de gasolina?

Darío: 1 litros.

Profesor: ¿si tomamos la mitad, es decir 50 km? Usamos proporción para representar.

Marcela: 3,75 litros se gasta en 50 km, la mitad de uno y la mitad del otro.

Profesor: la mitad, marcamos la mitad y unimos con segmentos y seleccionamos propiedades, marcando cada segmento y haciendo clic con el botón derecho seleccionamos propiedades, estilo, línea de puntos, para marcar con línea de puntos, vaya la redundancia, las coordenadas (3,75; 50).

Mauro: en x, indicamos litros, como unidad.

Joel: marca los segmentos con líneas de puntos, haciendo clic con el botón derecho seleccionas propiedades, estilo, línea de puntos, para que queden marcadas con línea de puntos las coordenadas (3,75; 50).

Andrea: si tomas la mitad del recorrido, es decir 50 km vas a gastar la mitad de la gasolina, ubica en el sistema de ejes cartesianos la mitad del consumo ¿dónde vas a ubicar el punto que representa eso?

Profesor: si tomamos aún la mitad de los 50 km ¿Cuánto es la mitad? ¿Cómo ubican en el gráfico?

Cristian: 25 km.

Luego, de calcular la mitad de 100 km, vuelven a reducir nuevamente a la mitad de 50 km y encontrar el consumo de nafta para ambas opciones. Se representa cada para ordenado nuevamente en forma gráfica. Relacionan números fraccionarios y decimales. Para ubicar en x y en y deben estimar, analizan y discuten entre qué valores está comprendido el número a representar.

Profesor: y para 25 km ¿cuánta gasolina gastaríamos?

Claudia: sería la mitad de 3,75 litros.

Profesor: eso, sería la mitad de 3,75 litros.

Cristian: 1,75.

Profesor: a ver hacemos la división 3 dividido 2 es 1 sobra 1, entonces 17 dividido 2 es 8.

Cristian: por ahí andaba profe…

Profesor: 1,8 y algo.

Ana: si 1,875.

Profesor: si para representar entre 1,8 y 1,9 más cerca de 1,9.La cifra que sigue la de los centésimos es 7. O sea para 25 km gastamos casi 1,9 litros, las coordenadas (1,9; 25).

Hacemos clic botón derecho sobre cada segmento seleccionamos propiedades y elegimos estilo en línea de puntos para marcar las coordenadas.

¿Todos marcaron los puntos?

Alumnos: sí.

Profesor: unimos los dos puntos con una recta que pase por el origen o una semirrecta desde el origen del sistema de ejes cartesianos.

Luis: espere profe que somos lentos.

Profesor: seleccionamos semirrecta que pasa por dos puntos. Ahora nos vamos a dar cuenta si marcamos lo más aproximadamente los puntos, sino tendremos que corregir.

Chicos, entonces, ¿cuántos km se hace con 1 litro de gasolina? Y ¿Cuánto de gasolina se necesita para hacer 1 km? ¿Hicieron el cálculo?

Es razonable para 1 km que estaría ubicado en esta posición en el gráfico, se corresponde lo que ustedes calcularon? Pensemos a ver…1km se recorre con 0, cuánto?

Cristian: 0,075 litros.

Profesor: ¿cómo se lee eso?

75 milésimo de litros no podemos casi representar se acerca mucho, se pierde prácticamente con el 0.

Entonces, 75 qué… ¿cómo se lee? Con 1 km de recorrido se gasta 75

Alumnos: milésimos.

Profesor: milésimos de litros de gasolina.

A ver vamos a calcular para el otro coche, el coche B ¿cuánto gasta el coche B en 100 km?

Mauro: 8,2 litros de gasolina.

Profesor: pensemos para 50 km.

Guido: la mitad de 8,2 litros o sea 4,1 litros.

Profesor: tomemos la mitad de la distancia donde tenemos representado 8,2 para representar 4,1 litros (sobre eje x).

Si aún tomamos la mitad de 50 km de recorrido ¿Cuánto va a gastar o consumir de gasolina? Representamos de la misma manera para este coche que como hicimos con el coche A.

Con las gráficas ven cuál de los coches consume más sobre todo cuando se van alejando las semirrectas. El consumo del auto B es mayor que el consumo del auto A.

¿Cómo podemos expresar como función, cada recta?

En esta instancia el profesor propone visualizar mediante los puntos representados, cuál de los autos consume más y cómo se da ese consumo teniendo en cuenta el recorrido.

También plantea cómo se puede expresar como función que describe el consumo en función del recorrido para cada opción (Garcia, 2007). Los alumnos lo explicitan verbalmente. Ahora habrá que analizar cómo traducir al lenguaje simbólico- escrito.

Cristian: ¿cómo sería eso, profe?

Profesor: podemos expresar y =… y representa la cantidad de litros, ahora tendríamos que ver ¿cuántos litros de gasolina se consume por km?

Marcela: En el auto A 0,075 litros por km.

Profesor: vamos a insertar texto y vamos anotar.

Auto A la función, sería entonces, y (sería la cantidad de gasolina por km) = 0,075 litros por x (representa kilómetros recorridos).

y= 0,075 x.

Y para el auto B y= 0,082 x cambiamos el valor que indica lo que se consume por km.

Chicos vamos guardando el gráfico como Integración 1

Luego cerramos la computadora.

Como evaluación de la clase se decide dar continuidad en el próximo encuentro para concluir con la representación gráfica y determinar la función que describe o modela cada situación. Probar para distintos valores si verifica. Elaborar las conclusiones.

Clase 18 de noviembre de 2010 (34 alumnos presentes)

Continúa con la situación problemática de la clase anterior. Los alumnos recuperan la producción, la representación gráfica del consumo de gasolina de dos coches por km, para seguir trabajando, haciendo hincapié en probar la fórmula encontrada que describe lo que sucede gráficamente.

Repasan que a través de la proporcionalidad directa se pudo determinar el consumo de cada coche en 1 km y representar a través del par ordenado (1km; 0,075 litros) para el coche A y (1km; 0,082 litros) para el coche B. Escriben la fórmula que representa el consumo por Km del coche A y= 0,075 x y del coche B y= 0,082 x

Prueban para valores de x si coincide con y para cada opción. Calculan para 540 km a través de la fórmula y buscan representar sobre cada recta el punto dado por el par ordenado representativo para cada coche. Le agregan a la gráfica el texto con la función representativa en cada caso.

Verifican a través de desplazar la gráfica que cada punto buscado, en el marco de modelizar a cada situación en juego, se lo puede representar sobre alguna de las respectivas rectas.

Ingresan los alumnos junto al profesor a la sala de computación.

Profesor: cada grupo se ubica en sus máquinas respectivas. Buenas noches, chicos!

Hoy continuamos con la tarea de la clase del martes. Estábamos resolviendo como problema el siguiente:

Un coche A consume 7,5 litros de gasolina por cada 100 kilómetros y otro coche B consume 8,2 litros de gasolina por cada 100 kilómetros.

Calcula

a) La gasolina que consume cada coche en un kilómetro.

b) El importe de la gasolina que consume cada coche en un trayecto de 540 km, si el litro de gasolina cuesta 5$.

Profesor: calcula la gasolina que consume cada coche en 1 km. Estuvimos viendo que a través de proporcionalidad directa el coche A alcanzó a consumir en 1 km 0,075 litros o 75 milésimos de litros de nafta.

En la última clase representamos el consumo de los coches A y B, un coche, el A gasta 75 milésimos litros de gasolina por km, eso representaría está ecuación o función $y = 0,075 * x$, podemos calcular reemplazando la cantidad de km para saber el consumo total de acuerdo a lo recorrido. Sobre el eje y en el gráfico representamos el consumo de acuerdo a los km recorridos. Para calcular para 540 km el consumo total ¿qué hacemos?

Reemplazamos en la función y = 0,075 * x = 0,075 litros/km * 540 Km= 41,50 litros, esto para el coche A.

Anotan esto, insertando texto al gráfico.

Darío: venga profe, mire, está bien así?

Profesor: sí, bien!

Y el coche B ¿cuánto gasta por km?

Cristian: 0,082 litros por km.

Profesor: ¿cómo se lee ese número?

Mauro: 82 milésimo.

Profesor: 82 milésimo de litros. Quiero que calculen cuantos litros de gasolina gasta el auto B. ¿Cómo expresan la función?

La función va a ser y = 0,082 * x recuerden que x representa los km recorridos.

Escribimos esto como texto que agregamos al gráfico y así nos queda indicado.

Para cuánto tenemos que averiguar? X representa Km recorridos, para cuánto nos pide el problema que tenemos que averiguar.

Guido: para 540 km.

Profesor: Reemplazando x = 540 km nos permitirá calcular lo que se va a gastar en gasolina en el coche B.

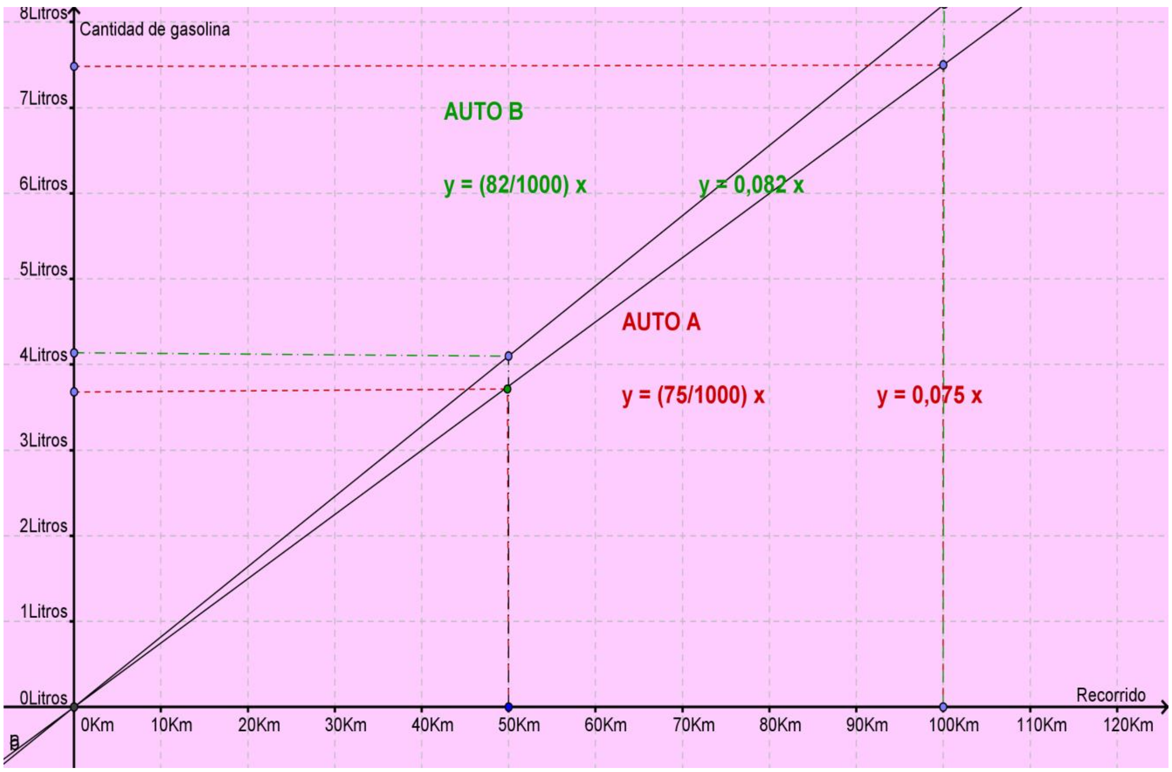
Guido: 44,28 litros de gasolina.

Profesor: entonces, es y = 0,082 litros/km * 540 Km= 44,28 litros

Vamos a incorporar esto al gráfico la función insertando texto.

Veamos el gráfico, observemos las rectas a la altura de 540, cuesta un poco porque hay que desplazar el gráfico para ver y está alejado, podemos corroborar el cálculo analítico.

En más, podemos observar directamente en la gráfica la cantidad de km que se recorre por ejemplo con 10 litros de gasolina en cada auto o bien cuánto se consume de gasolina para 50 km de recorrido o para 200 km.



Profesor: chicos guarden que toca el timbre. Seguimos el martes. Chicos vayan resolviendo las actividades del material impreso, esa ejercitación es muy importante que vayan realizando para la integración. El 30 de noviembre vamos a realizar una evaluación final de todo lo que estuvimos desarrollando, resuelvan entonces, la guía.

Se parte utilizando regla de tres simple, es decir la modelización clásica, para encontrar el consumo de cada coche por km, mediante la relación o correspondencia de consumo cada 100 km. Luego, se trabaja desde la gráfica se va reduciendo el recorrido a la mitad, a la cuarta parte hasta llegar a 1km, se encuentra sus correspondientes. Se observa para cada caso como obtener la constante de proporcionalidad (modelo algebraico) y de allí se expresa el modelo funcional para cada opción (García, 2007). Se calcula en forma analítica mediante el modelo funcional y luego se prueba en la gráfica a efectos de contrastar para 540 km, solicitado en el problema.

Clase del 23 de noviembre de 2010 (cantidad de alumnos presente 34)

Como revisión, en esta clase como las anteriores, se trabaja previamente en el aula, con lápiz y papel para la lectura, interpretación y planteo del problema (Iranzo y Fortuny, 2009). Luego la representación gráfica del mismo utilizando GeoGebra, para estimar en principio la ubicación de los valores x e y correspondientes, analizar la variación de dependencia de las magnitudes y encontrar un modelo o generalización.

La consigna es

Un litro de aceite pesa 0,92 kg.

Calcula

a) El peso de 8 bidones de aceite de 10 litros cada uno.

b) Los litros de aceite que contiene un bidón que pesa 23 kg

Algunos alumnos proponen resolver por regla de tres simple, calculando el peso de un bidón de 10 litros de aceite, otros directamente calculan el peso de 80 litros de aceite que es el contenido de los 8 bidones. Otros no entienden la consigna. Por lo que se propone leer nuevamente el problema y escribir, teniendo a mano lápiz y papel, la relación entre datos.

Sí, Ana, Qué tienen que calcular?, el peso de 8 bidones de 10 litros cada uno, siendo que el litro de aceite pesa 0,92 kg.

También están aplicando regla de tres simple, que están calculando, lo que pesa 8 bidones en función de lo que pesa uno.

Joel: profe acá tenemos que hacer regla de tres simple para calcular el peso de 8 bidones.

Profesor: sí, bueno!

Johana: 10 litros que contiene un bidón pesa 0,92 Kg el litro…

Profesor: tengan cuidado con la correspondencia que sea, entonces la relación capacidad en litros y peso en kg.

Pueden averiguar primero el peso de un bidón.

Cristian: ¿podemos hacer directamente, el peso de 80 litros?

Profesor: sí, pueden hacer así.

Otros evidencian dificultades para operar con decimales en forma mental y para extraer las unidades.

Se recomienda para extraer las unidades expresadas en Kg que se divida la expresión 0,92 kg por 10 litros por 1 litro, de manera tal de simplificar las mismas expresiones.

Algunos alumnos proponen realizar el cálculo con números decimales con calculadora por lo que el profesor lo hace razonar mentalmente: solicita que calcule 0,92 por 10, por 100 y por 1000, haciendo visualizar la diferencia y la técnica utilizada. La coma se corre tantos lugares a la derecha como cero tenga el multiplicador.

Les conviene siempre hacer el planteo para entender, para relacionar como se corresponden las unidades.

A ver Mauro y Gustavo ¿cómo se hace directamente 0,92 por 10 sin hacer las cuentas?

Gustavo: no sé, profe vamos a hacer con la calculadora.

Profesor: no, nada de calculadora, no hace falta aquí la calculadora.

A ver, si hacen 9 por 10 ¿Cuánto es?

Gustavo: 90.

Profesor: si les digo ahora 0,9 por 10.

Mauro: 0,90.

Profesor: a ver hagan esa multiplicación.

Mauro: se corre un lugar la coma. Es 9.

Profesor: si multiplican 0,92 por 10 ¿cuántos lugares corren la coma?

Mauro: un lugar.

Profesor: bueno, ¿entonces qué nos da?

Gustavo: es 920.

Profesor: ojo! la coma, ¿dónde se ubica?

De nuevo, hagan 0,92 por 10, ubican las cifras decimales y comparan.

Mauro: es 9,2

Profesor: entonces al multiplicar ¿cuántos lugares corrieron la coma?

Mauro: un lugar.

Profesor: un lugar ¿hacia dónde? Hacia la derecha.

Si multiplican en lugar de 10 por 100 son dos lugares hacia la derecha, si multiplican por 1000 son tres lugares hacia la derecha, vale decir van a correr la coma tantos lugares como 0 tenga la unidad –se dice la unidad seguida de 0-.

Entonces chicos si multiplicamos 0,92 por 10 es 9,2 si multiplicamos 0,92 por 100 es 92 si multiplicamos 0,92 por 1000 es 920.

Luis: profe, esta consigna no entendemos bien.

Profe: La consigna te dice que 1 bidón contiene 10 litros de aceite, ahora ¿cuánto pesa cada litro? Cada litro pesa 0,92 kg, si el bidón tiene 10 litros ¿Cuánto pesará un bidón?

Luis: sí, profe la consigna b) no entendemos.

Profesor: si dice que el bidón pesa 23 kg ¿Cuántos litros contiene? Sabemos que 1 litro pesa 0,92 kg y son 23 litros los que tienen que calcular. A ver, relaciona por ese lado.

Algunos manifiestan dificultades para calcular la cantidad de litros si ahora el bidón pesa 23 kg.

El profesor ayuda a razonar partiendo de que 1 litro pesa 0,92 kg ¿Cuánto litros tendrá un bidón cuyo peso es 23 kg?

Si bien ahora se ubican, pero se olvidan de expresar como cantidad, no explicitan la unidad.

Surge otro planteo expresado por el profesor, el tipo de proporcionalidad, si es directa o inversamente proporcional. Solicita, también, que se analice, si es directa, ¿por qué? y si es inversa, ¿por qué?. Discuten acerca de qué tipo de variación es.

Luis: da 73,6

Profesor: que indica 73,6 serán perritos…loritos….gatitos… ¿qué unidad?

Luis: kg, profe.

Profesor: no se olviden de indicar las unidades.

Pero ¿cómo indicaron la proporción? Analizaron la proporción si es directa o inversamente proporcional.

Luis: es inversa.

Profesor: bueno, si es directa, ¿por qué? Y si es inversa ¿por qué?

¿Qué significa dos magnitudes sean directamente proporcionales?

Silencio Luis y los chicos que están al lado miran en silencio…

Si se duplica una cantidad la correspondiente también se duplica.

Luis: va a tener más capacidad el bidón.

Profesor: claro, es el doble la capacidad si pesa el doble.

Si es tres veces más la capacidad ¿qué va a pasar con el peso?

Luis: el peso también va a ser tres veces más.

Profesor: el peso se va triplicar. Es una proporcionalidad directa.

Si 0,92 kg es el peso de 1 litro de aceite entonces 23 kg corresponde x litros.

El profesor interviene guiando a través de una de las propiedades, si se duplica o triplica una de las cantidades de una de las magnitudes, qué sucede con la otra que se corresponde en la otra magnitud, para que los alumnos se puedan dar cuenta del tipo de variación.

Se evidencia una problemática que se viene repitiendo, no expresan el resultado con la unidad correspondiente.

Analizan nuevamente la proporcionalidad duplicando o triplicando las cantidades, tanto para el cálculo analítico como gráfico.

Otra consigna que se trabaja

Dibuja un rombo cuyos vértices tiene como coordenadas A(2; 5), B(4; 3) , C(6; 5) y D(4; 7)

Marca un punto E (7; 1)

Aplica a la figura una homotecia con centro en E y razón -1 ¿Qué conclusión obtienes? Y si duplica la razón ¿Qué observas en la figura obtenida en relación a la original? ¿Cómo son sus lados? ¿Y sus ángulos? ¿Y su área?

Esta consigna la resuelven representando con GeoGebra, los puntos de una figura en el plano a través de sus coordenadas y un punto exterior a la misma para aplicar homotecia y repasar algunas relaciones, tales como, analizar lo que significa que la razón sea negativa y si vale uno, cómo son sus dimensiones en relación a la figura original. Visualizar qué sucede si se considera la razón 2, que elementos se modifica y qué se mantiene constante. Fundamentar si las figuras son proporcionales. Analizar lados y áreas de las figuras correspondientes.

Mauro: Profe y la homotecia con centro en e y razón -1

Profesor: selecciona homotecia desde un punto por un factor de escala, de ahí clic en la figura y luego en E centro de homotecia, se abre una ventana que se indica el factor o razón de homotecia, ahí expresamos -1 y aceptar.

Mauro: se superpone con la simetría y la rotación.

Profesor: exactamente.

Mauro: después dice profe, si duplica, ahí sería la razón 2.

Profesor: eso. ¿Y qué observas en la imagen que obtienes en relación a la original?

Mauro: Es la misma, nomás.

Profesor: yo te pediría que realices la homotecia y veas la imagen

Mauro: es dos veces las distancias.

Profesor: ¿cómo son las longitudes de los lados de la imagen respecto de la original?

¿Cómo son sus ángulos?

Mauro: el doble profe.

Profesor: las amplitudes de los ángulos ¿cómo son?

Mauro: iguales.

Profesor: Las figuras son proporcionales, guardan proporción de acuerdo a la razón de homotecia.

¿Y el área de la imagen respecto de la original? Habría que medir, tiene GeoGebra la herramienta para calcular área en cm^2 .

4.6) Las actividades de evaluación de las funciones de proporcionalidad y el uso de GeoGebra

-Etapa de integración-

Clase del 30 de noviembre de 2010

Tema: Proporcionalidad. Tabla. Gráfico cartesiano. Constante de proporcionalidad

Consigna o tarea:

1) Lee los titulares de los diarios: SE INAUGURA UNA PLANTA DE RECICLADOS DE BASURA- Por cada 10 kg de basura se producirán 3,2 kg de abono.

   Diario: El noticiero.

   Se pide:

   Averiguar: ¿Cuántos Kg de basura se necesitará para producir el triple de kg de abono? ¿Y la mitad?

   a) Hacer la tabla de valores y realizar el gráfico cartesiano utilizando el programa GeoGebra

   b) Encontrar la constante de proporcionalidad y una fórmula que permita calcular la cantidad de abono por kg de basura.

2) Indica el valor de verdad de la solución o bien estudiar si existe proporcionalidad a la siguiente situación problemática y justifica tu respuesta "Un niño de 6 meses tiene 2 dientes ¿Cuántos dientes tendrá a los 20 años?

Se decide dividir al grupo de manera que se trabaje en dos etapas en la sala de computación, primero con una mitad del grupo y luego con la otra, que cada uno pueda ubicarse en forma individual en una computadora, para realizar la siguiente actividad considerando como tema básico a trabajar en la etapa de integración y como evaluación:

Proporcionalidad. Tabla. Gráfico cartesiano. Constante de proporcionalidad. Función de proporcionalidad directa e inversa. Resolución de problemas

Los alumnos reciben como primera actividad a realizar la siguiente:

1) Lee los titulares de los diarios: SE INAUGURA UNA PLANTA DE RECICLADOS DE BASURA- Por cada 10 kg de basura se producirán 3,2 kg de abono.

   Diario: El noticiero.

Se pide:

Averiguar: ¿Cuántos Kg de basura se necesitará para producir el triple de kg de abono? ¿Y la mitad?

a) Hacer la tabla de valores y realizar el gráfico cartesiano utilizando del programa GeoGebra

b) Encontrar la constante de proporcionalidad y una fórmula que permita calcular la cantidad de abono por kg de basura.

Se espera que los alumnos utilicen el software GeoGebra para representar gráficamente el problema previa interpretación del mismo.

Como tareas

Extraer los datos y la relación de correspondencia que los vincula.

Analizar cuál de las magnitudes representa la variable independiente y cuál la dependiente.

Identificar las unidades y en función de eso colocar el rótulo para el eje x y el rótulo para el eje y.

Adecuar la escala del eje x y del eje y.

Analizar la proporcionalidad que vincula a las magnitudes correspondientes.

Representar a través de un punto en el plano la relación de correspondencia entre las cantidades de las magnitudes intervinientes, mediante el par ordenado (x; y).

Encontrar el punto de coordenadas (x; y) que representa la relación kg de basuras para producir el triple de kg de abono. Luego hacer lo mismo pero para representar la relación mitad.

Encontrar la constante de proporcionalidad.

Encontrar la fórmula o relación funcional que representa o describe la cantidad de abono que produce la planta recicladora de basura por cantidad de basura procesada.

Probar para otros puntos recorridos por la función representada gráficamente para analizar su funcionalidad.

Los alumnos ingresan al programa GeoGebra, y su primera reacción es “qué tenemos que hacer?” A pesar que cada uno tiene escrita las consignas. El profesor ayuda a la lectura de las mismas, se hace una lectura total de la situación a representar. Le solicita que uno lea la situación. Le plantea ¿qué información nos ofrece el problema? Escriben la relación 10 kg de basura produce 3,2 kg de abono. La pregunta que hace ¿qué pasa si necesitamos aumentar el doble la cantidad de producción de abono? ¿Cuánto debemos producir de basura? La respuesta es inmediata, los alumnos se dan cuenta de la relación directa de la proporcionalidad pero su respuesta “necesitamos producir más”, no expresan cuánto más, se observa razonamiento acertado pero con imprecisiones en sus respuestas. Insiste, si pero, ¿cuánto más? La clase queda por un ratito en silencio, algunos esbozan no entiendo, otros responden el doble es 6,4kg. El profesor expresa, sí, el de abono, pero ¿Cuánto debe producir de basura?, la respuesta ah! 20, pero profe como hacemos acá, la preocupación de los estudiantes es como representar con el programa. Están todos como preparados para largar una carrera, el tema qué hacemos, por donde salimos. Insiste en que primero razonen el problema, analicen la situación, antes de representar geométricamente.

Leamos nuevamente el problema, dice el profesor, para ver qué relaciona, tiene que quedar claro qué información nos da y cómo se relaciona esa información, con lo que los chicos responden si profe, 10 kg de basura produce 3,2 kg de abono. El profesor pregunta, ¿y si triplicamos la cantidad de abono qué necesitamos?, con lo que rápidamente contestan, si 9,6 kg profe,

Profesor: bueno, ¿Cuántos kg de basura tenemos que producir?

Alumnos: Si tres veces más, profe.

Pero insisten, cómo hacemos acá profe, preocupados. La preocupación del profesor se basa en el razonamiento, y la de los estudiantes, en cómo hacer con GeoGebra en la computadora, qué escriben. “¿Dónde representamos, profe, la cantidad de basura, en x o en y?” Parece una adivinanza, pero nuevamente los encauza en el problema, “lean el problema, nuevamente y veamos donde debemos representar cada magnitud, ¿qué pide que averigüemos el problema?”. Responden, la cantidad de basura. La pregunta del profesor ¿De qué depende la cantidad de basura? La respuesta es inmediata, y profe, de la cantidad de abono, y entonces, el profesor, ¿dónde vamos a representar la cantidad de basura si depende de la cantidad de abono?. De manera intuitiva, quizás sin mucho razonamiento, responden sobre el eje y. Algunos van trabajando solo, otros en cambio, expresan, profe cómo hago, qué escribo acá?, no entiendo…

Ahora están todos dispuestos a realizar el gráfico cartesiano, expresan, qué ponemos de rótulo y qué unidad?, profe, surge la pregunta, en realidad son más las preguntas que las respuestas. Obviamente, les devuelve la pregunta y los lleva al problema tantas veces como sea necesario. Es rescatable el clima de trabajo, todos están dispuestos intentando lograr algo, si bien se observa como que algunos están perdidos, otros avanzan, venga profe, mire como estoy haciendo, unos van solo, otros reniegan, surgen preguntas “¿Qué escribimos en rótulo?” Algunos dicen kg, pero el profesor pregunta ¿qué representa Kg?. Los alumnos, “es una unidad profe”, y entonces ¿por qué escriben, en rótulo?, no profe, “en rótulo para la x”, dicen por la variable, “escribimos cantidad de abono” y ¿Para la variable y? ¿Va cantidad de basura?. Nuevamente surge la pregunta de la clase: “¿Y qué unidad?”. El profesor insiste, lean en el problema, allí van a encontrar información. Ah! Si en los dos dice kg, y entonces pregunta el profesor ¿Qué va cómo unidad en ambas variables?, responden, “y kg, profe”. “Si profe, pero qué distancia usamos?”, la pregunta se refiere a la escala en cada eje. Les dice el profesor, miren como conviene representar, observen las características de los números que relacionan. Si representan de 1 en 1, 10 kg, 20 kg, 30 kg de basura queda el gráfico dificultoso para representar, ah!“convendría de 10 en 10”, expresa uno de los chicos pero “¿cómo hacemos no me acuerdo mucho, profe?”.

Bueno, les explica, recuerden que si la distancia va de 1 en 1, quedará sobre el eje x de acuerdo al rótulo y la unidad que han escrito, 1 kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg… hasta 10 kg, que se pueda visualizar sin desplazar el gráfico para cantidad de abono y que por lo tanto se puede representar 3,2 kg de abono como dice el problema, el doble o el triple que es 9,6 kg de manera visible.

Para el eje y, pregunta el profesor ¿Cómo quedará representado? ¿Qué escribieron cómo rótulo?,

Alumnos: cantidad de basura, va a quedar, profe, 10 kg, 20,…

Profesor: si, manifiesta, hasta aproximadamente 100kg que es lo que podemos visualizar en pantalla, que pueden escribir como máximo.

Allí, se dedican a representar en cada eje las magnitudes.

Ahora surge otra pregunta ¿cómo representar 3,2 kg?, es como si nuevamente buscan respuesta en el profesor, por lo que este, insiste permanentemente busquen los datos, las relaciones, lo que tiene que averiguar en el problema, para ver qué representa en el problema y relacionar con la representación gráfica. Fue así que, se observa que algunos directamente representan 3kg en x relacionado con 10 kg en y. En cambio otros se preocupan por encontrar más precisión, ubicar en el eje x el 3,2 con su correspondiente 10. Luego surge otra pregunta, ¿cómo representar el triple y su correspondiente?, por lo que también sucede lo mismo, algunos ubican como triple el entero 9 en lugar de 9,6 otros procuran en donde aproximadamente ubicar el 9,6 con su correspondiente 30. Es como que ahora está más claro el panorama en cuanto a correspondencia por lo tanto su empeño se direcciona en exigirles precisión para ubicar números decimales.

Luego, la pregunta “¿qué hacemos con estos puntos, profe?” El profesor les devuelve la misma, eso…, “¿Qué hacemos?” dice el profesor. Observamos, donde ubicaríamos el punto que representa la mitad de 3,2 kg de abono?, si miráramos directamente en la gráfica, dónde se ubicaría?, cuánto correspondería para esa cantidad de basura? ¿Qué posición tendría ese punto? ¿Dónde tendríamos que mirar en la recta?

Por lo que inmediatamente sale la respuesta, profe para 1,6 kg de abono es 5 kg de basura, por supuesto expresa el profesor, "lo ubican, de ahí ven la linealidad de los puntos", (por lo que tiene que sugerir que tracen la semirrecta desde el origen observando la linealidad de los puntos), "observan que la recta cruza a los puntos marcados".

Surge otro problema, el profesor pregunta, ¿Cómo sacamos la constante de proporcionalidad?, por lo que la mayoría expresan, no me acuerdo cómo hacíamos, profe. Allí trata de relacionar con una situación análoga preguntando ¿cuánto pagan el kg de pan? ¿Qué pasa si compran 2kg, 3kg…? La respuesta fue al unísono, entonces la pregunta del profesor ¿cómo hacen para sacar?. La respuesta, profe multiplicamos la cantidad de kg de pan por el precio por kg, entonces el profesor expresa "por lo tanto relacionamos la constante de proporcionalidad de esa situación que representa el precio por kg" ¿cuál sería la constante de proporcionalidad de nuestra situación en cuestión?. Por supuesto, todos concentrados en el problema surgen respuesta como la cantidad de kg de abono por kg de basura, otros, no, es cantidad de basura por kg de abono, nuevamente los lleva para definir qué es lo solicitado por el problema. Bueno, hasta que considera, queda claro la constante, se define como la cantidad de abono por kg de basura. Algunos sacan la constante planteando regla de tres simples, otros directamente dividiendo 3,2 por 10. Los ayuda el profesor relacionando como escribir una fórmula matemática que exprese esa idea dada coloquialmente. También surgen preguntas como hacemos la tabla, para eso todos ingresan a la opción insertar texto que ofrece el programa GeoGebra, allí con imprecisiones escriben que 3,2 kg de abono = 10 kg de basura. 9,6 kg de abono = 30 kg de basura, significando "el igual" para ellos la relación de correspondencia.

Los ayuda a armar la fórmula $y = 0,32\ x$ y que con esa fórmula les pide que calculen para distintos valores de x y ubiquen los valores de y gráficamente, de esa manera puedan comprobar que los puntos caen sobre la recta o función lineal.

Una vez terminado el trabajo con esta situación planteaban, profe el que sigue ¿representamos también?

Indica el valor de verdad de la solución o bien estudiar si existe proporcionalidad a la siguiente situación problemática y justifica tu respuesta

> "Un niño de 6 meses tiene 2 dientes ¿Cuántos dientes tendrá a los 20 años?"

El profesor nuevamente los ayuda a razonar el problema, teniendo en manos lápiz y papel. Sacan los cálculos, dan distintas cifras algunos multiplicaban 20 por 6, otros corrigen al compañero, no si en el año son 4 dientes, ah! profe, pero en 20 años van a tener 80 dientes, se miran y se ríen. La pregunta del profesor ¿consideran eso, es real?. No profe, los dientes salen en los primeros años, no es verdad, fue la respuesta inmediata, pero insiste ¿por qué? y la respuesta nuevamente porque no es cierto, bueno dice el profesor pero ¿por qué no es cierto, cómo hicieron sus cálculos?. Y multiplicamos la cantidad de dientes por 20 años. Claro, profe, los dientes no salen hasta los 20 años. Quiere decir, expresa el profesor, que no hay proporcionalidad, ¿digo bien?, generando dudas… Si profe, no es una proporcionalidad directa. Salen dientes en los primeros años después no. No es real

Concluyendo, que si bien, hay una relación directa entre las cantidades a medida que aumenta la edad van saliendo los dientes no es de manera regular y constante, es decir, no es cierto que al doble edad doble cantidad de dientes y al triple, triple cantidad de dientes y así sucesivamente.

Desde el punto de vista didáctico, en la integración se realizaron las distintas tareas previstas. En la primera situación, las técnicas puestas en juego es regla de tres simple, cálculo de la constante de proporcionalidad directa, a través del cociente de las cantidades que se corresponden en las magnitudes, obtención de la relación ecuacional o función lineal a partir de constante de proporcionalidad directa (García, 2007).

Se analiza, identifica y justifica la proporcionalidad directa a través de las propiedades

Le corresponde

El doble de una $\longrightarrow$ el doble de la otra

El triple de una $\longrightarrow$ el triple de la otra

A la mitad $\longrightarrow$ la mitad

El cociente entre cada valor de y y su correspondiente de x es un constante.

A la unidad le corresponde la constante.

La representación gráfica en un sistema de ejes cartesianos ortogonales es una semirrecta con origen en el (0; 0).

A cada valor de x le corresponde uno y sólo un valor de y. Es una función lineal y= k*x

En la última situación analizan que si bien hay una relación directa entre las cantidades a medida que aumenta la edad van saliendo los dientes, no es de manera regular y constante, por lo tanto no cumplen con las propiedades de la proporcionalidad directa.

No hay una fórmula que pueda describir o modelar la situación.

Los estudiantes si bien, han presentado dificultades para el uso de las herramientas que ofrece el software GeoGebra, pero se ha evidenciado actividad matemática, a través del razonamiento, la discusión, poniendo a prueba sus ideas o conjeturas y validando (Parodi et al., 2009). Se evidencia cambios en la mirada de la evaluación, donde prevalece la actividad matemática, a través de la interrelación de contenidos, no sólo conceptuales sino, también, procedimentales y actitudinales. Se tiene en cuenta en la actividad matemática los distintos momentos de la clase, como ser, el encuentro con el problema, la exploración, el trabajo con la técnica, la justificación a través de las propiedades o validación. El rol del profesor juega un papel importante, no sólo en la selección de situaciones problemáticas que lleva al aula, sino con sus intervenciones, necesarias por cierto, mediante preguntas exploratorias, de análisis o evaluativas a efectos de profundizar el razonamiento y lograr establecer relaciones entre los distintos marcos de representación, (Douady, 1986, citado por Godino et al., 2006). También destaca los conocimientos que se ponen en juego.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES, SUGERENCIAS Y POSIBLES LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

5.1) Reflexiones finales

Haciendo un análisis en general, de las clases observadas, la relación de la tríada pedagógica, fue evolucionando. Al principio el rol del docente se caracteriza por la exposición y el trabajo en el pizarrón o la explicación en algunos grupos de trabajo. Cuando se incorpora a las clases un nuevo elemento como medio, el GeoGebra, le permite mejorar, en forma paulatina, su intervención con preguntas problematizadoras o de razonamientos propias del trabajo con el software. A través del uso del software y las intervenciones del profesor el estudiante realiza un análisis más profundo y razonado de las actividades y de los contenidos puesto en juego.

Como ejemplo, que da cuenta las características de las primeras clases, representan las analizadas con fecha 22 (páginas 101-110) y 24 de junio de 2010 (páginas 110-122), donde prevalece el trabajo del profesor, las situaciones se resuelven en forma conjunta en el pizarrón, guiados por el mismo, ofreciéndose escaso tiempo al alumno para el razonamiento individual.

Sin embargo, con la incorporación del GeoGebra, de manera progresiva y natural va creciendo la participación de los alumnos, invitados por el profesor, a través de situaciones problemáticas relacionadas con el contexto y por preguntas que conducen al ensayo o exploración interactiva, al análisis y confrontación de ideas, (Ferreyra y Castro, 2010). Como ejemplo de estos primeros cambios podemos ver en la clase del día 10 de agosto de 2010 (páginas 173-191). Esta clase se diferencia de las anteriores por la discusión, orientada por preguntas de exploración y análisis a cargo del profesor, que se genera a partir de cómo se relacionan las variables, en cuanto a la proporcionalidad, debido a que los alumnos necesitan representar gráficamente. Analizan la escala que van a utilizar para representar la relación de las magnitudes y expresar el rótulo y la unidad en cada eje. Discuten, cuando surgen momentos donde se bloquean o se contraponen ideas, cuando analizan la relación de correspondencia entre las variables x e y, la función de los operadores multiplicativos y divisivos, qué operación entre x e y se mantiene constante (para relacionar con la constante de proporcionalidad) de acuerdo a la situación que representan. El razonamiento se centra en un hacer más geométrico como estrategia para significar los conceptos, propiedades y relaciones.

El GeoGebra permite guiar el proceso de razonamiento, construcción y evolución de conceptos y procedimientos desde distintos marcos y registros de representación y diferentes situaciones problemáticas (Douady, 1986, citado por Godino et al., 2006). Por ejemplo, en las clases del 31 de agosto (páginas 191-199) y 07 de septiembre de 2010 (páginas 199-229) se analiza el siguiente problema "Juan necesita viajar y consulta dos presupuestos de remisses. El primero cobra $ 20 de base más $ 2 por km recorrido; el segundo cobra $5 por km recorrido. ¿Qué remisse le conviene elegir a Juan?"

La variante de este problema, en relación a los anteriores, son dos opciones a analizar, representado en forma tabular, usando lápiz y papel, y comparando gráficamente, usando GeoGebra, puedan visualizar las diferencias y sentido de cada opción. Además, analizar en qué momento es conveniente una opción por sobre la otra buscando razones para llegar a una fórmula o generalización que describa el precio por km de cada remisse y luego, relacionando la representación gráfica con la ecuación analizar la validez de cada opción.

Es una situación abierta en que el profesor se propone como objetivo que los alumnos prueben y decidan que opción elegir de acuerdo al recorrido.

Algunos estudiantes proponen como conjetura que conviene más el remisse que no cobra "de base al ascender", intuitivamente, les parece más económico. Se generan dudas, no todos están convencidos. Analizan los datos, cómo se relacionan las magnitudes y cuál se representa por la variable independiente y cuál por la dependiente. En virtud de la clase de números necesitan manejar escala para representar en el plano. Analizan mediante una de las propiedades duplicando, triplicando, cuadruplicando, etc., las cantidades de una de las magnitudes, es decir, mediante los operadores, qué sucede en relación a la proporcionalidad con las cantidades de la otra magnitud.

Los alumnos ponen en juego varios esquemas de conocimiento,(Vergnaud,1993 citado por Moreira, 2002) a partir de la mediación conjunta profesor-computadora, como ser, representar cada opción con puntos en el plano mediante pares ordenados, para eso, previamente deben analizar como varían o como se da la relación de correspondencia, para cada situación, a través de operadores, ya sea, multiplicativos o divisivos, de manera de analizar si existe o no proporcionalidad y qué tipo de proporcionalidad se trata. Representan cada magnitud que interviene y relacionan en un sistema de ejes cartesianos. Analizan en qué eje representar las cantidades de cada magnitud fundamentando “el porqué”. Representan gráficamente los valores x e y correspondientes, por puntos en el plano. Expresan simbólicamente cada punto mediante pares ordenados. Representan gráficamente cada opción mediante rectas, observando el comportamiento de las mismas y justificando lo que representa, el punto de cruce de las rectas en relación al problema en cuestión. Logran generalizar, con la guía del profesor, encontrando la relación funcional que describe el costo de cada remisse por km de recorrido, expresando simbólicamente a partir de relacionar con el gráfico (Duval, 1999 citado por Tamayo Alzate, 2006).

Esto da cuenta que se recupera el diálogo en torno a un tema en cuestión. El estudiante, va posicionándose hacia un lugar estratégico de trabajo y participación espontánea con aportes o conjeturas, preguntas, dudas y discusiones. Para Doyle, (1990) los estudiantes se hallan más fuertemente implicados en una estructura de participación social que en la académica de tarea porque tienen más posibilidades de ser agentes activos en la construcción de conocimientos.

El profesor también posiciona sus intervenciones, retroalimentando y haciendo más fecundo el razonamiento y la construcción del sentido de las definiciones y explicaciones de los alumnos, tratando de relacionar los conceptos científicos a través de los conceptos cotidianos. Da tiempo suficiente para que los estudiantes puedan retomar cuantas veces sea necesario el diálogo, discutir, pensar, analizar, equivocarse o contradecirse con el compañero, revisar la situación o tarea para analizar una y más veces las condiciones, probar el dominio de validez. Se esfuerza por relacionar las fórmulas que describen el recorrido de cada remisse, preguntando a los alumnos, para que analicen cuál les conviene más de acuerdo a ciertos lugares que propone recorrer vinculados con la localidad o contexto donde viven los alumnos. Los alumnos a través del uso de ejemplos o conceptos cotidianos, en la clase, logran construir el sentido a las explicaciones de los conceptos científicos, como ser el de correspondencia, razón, fracción, magnitud, pares ordenados, linealidad, proporcionalidad directa, entre otros. En esta clase, se distingue los diferentes momentos de la actividad matemática de los alumnos, (Brousseau, 2007), en cuanto a la situación de acción, formulación de conjeturas y validación de sus generalizaciones; No se evidencia un cierre definido de la clase, a cargo del profesor, con los procesos de descontextualización e institucionalización, de los contenidos puestos en juego que han permitido resolver la situación. Quizás, se deba, porque durante el desarrollo y transcurso de la clase se ha puesto a cada momento énfasis en conceptos, relaciones y propiedades expresados tanto en forma gráfica como simbólica-algebraica.

Más allá, que la trayectoria del estudiante a lo largo de un campo conceptual científico es difusa o imprecisa, difícil y lenta, lo importante es el continuo uso de conocimiento implícito, al mismo tiempo, que se va apropiando de manera progresiva del conocimiento explícito (Karmiloff, 1992) de la ciencia a partir de las pruebas pragmáticas (Balacheff, 2000). Como otro ejemplo que da cuenta de estos aspectos podemos tomar la clase del 11 de noviembre de 2010, (páginas 229-243). Se trabaja en esta instancia con el concepto de homotecia, como aplicación de proporcionalidad geométrica. El profesor propone como una de las tareas para acercarlo al tema, imaginar un foco lumínico y analizar, como proyecta la sombra de un objeto, acercándolo o alejándolo del mismo. Relaciona el foco con el centro de homotecia y la razón o escala con la distancia de acercamiento o alejamiento. Nuevamente, se tiene en cuenta la relación conceptos cotidianos vs. conceptos científicos, según Vigotsky, (Caldeiro, 2005), a efectos que los alumnos comprendan el concepto de homotecia para avanzar con la tarea. Utilizan el GeoGebra para representar la homotecia de una figura geométrica, como un triángulo con respecto a un punto como centro de homotecia para distintos valores de la razón o escala por ejemplo 1, -1, 2, -2, 3, -3, etc. Los alumnos comparan las características de la figura original con la imagen obtenida. Miden distancias o longitudes de los lados de las figuras con herramientas que ofrece para eso GeoGebra a efectos de comparar las figuras homólogas y analizar qué relación tiene con el valor de la razón o escala. Visualizan que al duplicar o triplicar la razón se duplican o triplican los lados de la figura homóloga.

Para comprobar miden las longitudes de la imagen respecto de la dada. Observan que los lados son proporcionales y dependen de la razón. Prueban que si, la razón es 1, coinciden la figura imagen con la de referencia, los lados de la figura y su imagen tiene la misma medida. Los alumnos creen que al tomar un valor negativo la imagen se achica. Prueban y se sorprenden al realizar la gráfica porque, por ejemplo, al tomar como razón -1 la imagen de una figura aparece del lado opuesto y con la misma longitud de los lados homólogos correspondientes en relación a la original. Si la razón es -2 la imagen aparece del lado opuesto en relación al centro de homotecia y con la longitud de los lados homólogos o correspondientes duplicados en relación a la original. Además, se trabaja con animaciones que permite realizar GeoGebra logrando una mejor comprensión de lo que representa la razón de homotecia, a partir de la visualización dinámica en cuanto al cambio de la razón, influye en el tamaño de la imagen de la figura, proporcionalmente, (figura semejante) y el signo, representa cambio de sentido de la imagen en relación a la figura. Esta actividad, permite que el alumno tome confianza en sí mismo y pueda verbalizar o explicitar sus razonamientos.

Estos aspectos mencionados, dan cuenta de un cambio progresivo de la ecología del aula, desde una concepción basada en la estructura académica o instructiva de tareas a una estructura de participación social. La clase, mediatizada por selección y utilización de una situación problemática, las intervenciones del profesor y el GeoGebra, permite recuperar la dinámica de interacciones entre el propio contexto y los significados que se van construyendo. La operacionalidad del concepto de proporcionalidad se experimenta por medio de una variedad de situaciones problemáticas, permitiendo analizar, una variedad de esquemas para su comprensión (Vergnaud, 1993, citado por Moreira, 2002). El software media formas del hacer matemático, puesto que los estudiantes enfocan la atención, en procesos de análisis de regularidades, plantear preguntas, en modelizaciones, realizar conjeturas y formular explicaciones y argumentos para validar (Ferreyra y Castro, 2010). Permite explorar muchas situaciones con sólo mover puntos en un gráfico, en cuanto al comportamiento de las propiedades o características y así apropiarse de los conceptos y relaciones de manera más significativa (Jonassen, 2002).

Los alumnos siguen profundizando los conceptos en la etapa de integración, se puede ver en las clases del 16 (páginas 243-256) y 18 de noviembre de 2010 (página 256-261) a través de una guía variada de problemas. Uno de los problemas de esta guía, muy potente en cuanto a actividad matemática desplegada por los alumnos, que se trabaja en clase mediatizada por la orientación del profesor y el uso de GeoGebra es el siguiente

Un coche A consume 7,5 litros de gasolina para cada 100 km y otro coche B consume 8,2 litros de gasolina por cada 100 km. Deben averiguar

a) La gasolina que consume cada coche en 1 km

b) El importe de la gasolina que consume cada coche en un trayecto de 540 km, si el litro de gasolina cuesta $5.

Aquí nuevamente tienen dos opciones para analizar y comparar. Los alumnos representan cada situación gráficamente, actividad que requiere reconocer las magnitudes que se relacionan, cuál representa la variable independiente y cuál la dependiente, asignar a cada eje para representar en el plano un rótulo en función de la unidad a representar, hacer corresponder una escala para representar los datos, establecer relación de correspondencia (x; y) para representar gráficamente los puntos, analizar la proporcionalidad y el campo de variación de x en cada opción que plantea la situación, encontrar una generalización o fórmula para cada caso que permita describir el consumo de gasolina, es decir, son muchas las tareas, las preguntas, los esquemas de conocimiento y decisiones en juego para trabajar con GeoGebra que involucra este problema.

La actividad matemática con GeoGebra (génesis instrumental, en términos de Rabardel) que se despliega depende tanto de las situaciones didácticas que se seleccionan y del trabajo de orquestación, en términos de Rabardel, (citado por Iranzo y Fortuny, 2009) en relación a la guía que realiza el profesor. Los alumnos logran desarrollar una gran variedad de estrategias de resolución, asociadas con distintos usos de GeoGebra que orienta el profesor.

En esta etapa comparado progresivamente con clases anteriores, el contrato didáctico ha ido cambiando de manera natural y evidente a través del juego de roles que facilitó el software. En principio, el estudiante espera la explicación y la responsabilidad del dominio de saber a cargo del profesor. De a poco esa concepción se revierte y dinamiza cada vez más, logrando distribuir responsabilidades, (Brousseau, 2007). Se distribuye el poder a través de la recuperación de un rol más participativo de los alumnos, más allá en que en variadas ocasiones tienen dificultades no solamente en expresar por medio de palabras las pruebas que realizan, sino también, en reconocer y hacer explícitos los conceptos y procedimientos en juego.

Comparando, desde el marco de la ingeniería didáctica, hay un antes, caracterizado por el trabajo de situaciones limitada por una técnica de resolución de modelización clásica, como ser regla de tres simple y un después en que se ha avanzado a la modelización algebraica y funcional, más allá de las imprecisiones evidenciadas en los estudiantes en el trabajo con la técnica y la tecnología (García, 2007).

La implementación del software GeoGebra, como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad, representa un aporte significativo, puesto que:

Esta investigación, basada en el diseño y ejecución de situaciones didáctica en término de Ingeniería Didáctica, (Brousseau, 1998, citado por Artigue, 2002) muestra que con la mediación instrumental y el uso de la problematización y modelación con el GeoGebra, los estudiantes enfrentan una situación problemática con mayores posibilidades de contrastar hipótesis, de pensar de maneras diferentes y significativas acerca de lo que saben, de cambiar sus estrategias de trabajo, de inferir y relacionar ideas y conceptos, de defender puntos de vistas, argumentar y plantear nuevas preguntas, dar más ejemplos y contraejemplos, mejorar su lenguaje, cambiar de un sistema de representación de un objeto matemático a otro, de ayudarse mutuamente y mejorar las relaciones interpersonales entre todos los integrantes de la comunidad de aprendizaje. Además, al participar de manera natural e interactiva va construyendo seguridad en torno a sus posibilidades de aprendizaje y eso influye de manera positiva en su autoestima, en el compromiso que asume y en la actitud hacia la ciencia.

Las representaciones simbólicas, gráficas, geométrica y tabulares que ofrece GeoGebra permiten visualizar, comparar, comprender e internalizar la función no solo como proporción sino también como correspondencia, gráfica, expresión analítica y como variación en situaciones problemáticas situadas en el contexto sociocultural en el cual se desarrollan los procesos de enseñanza-aprendizaje.(Duval, 1999, citado por Tamayo Alzate, 2006).

Ayuda a mejorar el repertorio de preguntas exploratorias, de análisis y/o evaluativas que puede realizar el profesor haciendo más fecundo y natural el trabajo de exploración, las técnicas y las justificaciones puestas en juego en el hacer matemático (Chevallard,1999).Fortalece las prácticas tanto discursivas como operativas adquiriendo confianza y seguridad en sus decisiones y actuaciones.

Mejora el clima de la clase, en cuanto a motivación intrínseca (crea una necesidad interior en el alumno) y extrínseca, el estudiante se implica comprometiéndose de manera reflexiva y natural al trabajo con el contenido de enseñanza, aumentando las posibilidades de pensar, probar, hacer, variar, darse cuenta cuando algo no funciona, equivocarse, exteriorizar las dificultades, pedir ayuda, preguntar y festejar logros (Perkins, 1995, citado por Cataldi et al., 1999)

Como sugerencia, si se introducen cambios en los currículos de matemática y en la forma en que se desarrolla el estudio o son modificados los contratos didácticos, se puede influir en los aprendizajes de los estudiantes. El sentido de esta influencia va depender de cómo sean los cambios en el vínculo de la tríada pedagógica y en la forma de estudiar matemática (Chevallard, 1998)

Como posible línea de investigación y desarrollo, profundizar en el uso de animaciones realizada con el programa GeoGebra como estrategia para mejorar la mediación de las pruebas pragmáticas a las intelectuales (Balachef, 2000) en el estudio de las trasformaciones en el plano.

> "…únicamente la penetración de la Didáctica en la cultura permitirá mejorar
>
> la gestión política de la difusión de los saberes y volver más democrático
>
> su uso y creación…
>
> El saber no se difunde naturalmente".
>
> Brousseau, Guy

BIBLIOGRAFÍA

Arcavi Abraham & Hadas Nurit (2003). *El computador como medio de aprendizaje: Ejemplo de un enfoque*. Traducción libre realizada por Mejía, María Fernanda y Fernández, Edinsson. Documento de trabajo del Grupo EM&NT. Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.

Disponible en URL:

http://emynt.univalle.edu.co/doc/Traducci%F3n_Art%EDculo_Arcavi&Hadas_(2000).pdf

[Consulta 20 de mayo de 2011]

Artigue Michéle, Douady Régine, Moreno Luis y Gómez Pedro (Editor) (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una empresa docente. Grupo Editorial Iberoamericana, impreso en México, pp.33-59 .

Disponible en URL:

http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigue1995Ingenieria.pdf

[Consulta 15 de octubre de 2009]

Artigue Michélle (2002). *Ingeniería Didáctica: ¿Cuál es el papel de la investigación didáctico hoy*? Traducción: Machiunas Valeria y Quaranta María EmiliaValeria. En Les dossiers des Sciences de l´Education. Didactique des disciplines scientifiques et technologiques: concepts et méthodes. Revue Internationale des Sciences de l´Education. Presses Universitaires du Mirail. N ° 8.

Baquero, Ricardo (2001). Cap. VI: Contexto y aprendizaje escolar. Baquero, Ricardo- Luque, Margarita Limón.(2001). *Introducción a la Psicología del*

Aprendizaje Escolar. Bernal, Buenos Aires: Editorial Universidad Nacional de Quilmes. (Pp.163-181)

Balacheff, Nicolás (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas.* Una empresa docente, Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia

Disponible en URL:

http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/52/01/33/PDF/Balacheff2000Proceso.pdf [consulta 9 de abril de 2011]

Bolívar Antonio, Domingo Jesús y Fernández Manuel (2001). *La investigación biográfica narrativa en educación. Enfoque y metodología.* Colección: Aula Abierta. Editorial La Muralla S.A. 1° edición, 1° impresión (11/2001). 328 pág.

Bosch Marianna, García Francisco Javier, Gascón Josep y Ruiz Higuera Luisa (2006). "*La modelización matemática y el problema de la articulación de la Matemática escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico"* . Educación Matemática. Vol 18, Número 002, agosto . Pp. 37-74

Disponible en:

http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40518203

[Consulta: 22 de marzo de 2011]

Brousseau, Guy (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las situaciones didácticas*. (Primera edición). Buenos Aires. Argentina: libros el Zorzal.

Caldeiro, Graciela Paula (2005).*La enseñanza y el enfoque cognitivo*. Disponible enURL:http://educacion.idoneos.com/index.php/La_ense%C3%B1anza_y_el_enfoque_cognitivo

[Consulta 16 de mayo de 2010]

Cataldi, Z., Lage F., Pessacq R. y García Martínez, R. (1999). *Revisión de marcos teóricos educativos para el diseño y uso de programas didácticos.* Laboratorio de Sistemas Operativos y Bases de Datos. Departamento de Computación. Facultad de Ingeniería UBA. Facultad de Ingeniería. UNLP. Centro de Ingeniería del Software e Ingeniería del Conocimento (CAPIS) ITBA. Laboratorio de Sistemas Inteligentes. Departamento de Computación. Facultad de Ingeniería UBA.

Disponible en:

http://laboratorios.fi.uba.ar/lsi/c-icie99-revisionde%20marcosteoriciseducativos.pdf

[Consulta 24 de mayo de 2011]

Chavarría, Jesennia (2006). *Teoría de las situaciones didáctica*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Año 1. N°2.

Disponible en URL: http://centrodemaestros.mx/enams/pa04teoria.pdf

[Consulta 16 de mayo de 2010]

Chevallard,Yves (1998). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Aique Grupo Editor.

Disponible en URL: http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5Cchevallard.pdf

[Consulta 17 de mayo de 2010]

Chevallard Yves (1999). *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, N° 2, pp.221-266.

Traducción de Ricardo Barroso Campos. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Con la colaboración de Teresa Fernández Garcia, Catedrática de Francés, IES. Martinéz Monteñes, Sevilla

Disponible en URL: http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf

[Consulta 17 de junio de 2010]

Cicala Rosa, Firoriti Gema, Ammann Susana, Bifano Fernando, Ferragina Rosana y Turano Claudio (s.f.) *La Formación en Didáctica de la Matemática empleando entornos virtuales, estudio de la utilización de foros de debate*. UNSAM. Escuela de Humanidades-CEDE

Disponible en URL: http://www.utn.edu.ar/aprobedutec07/docs/180.pdf

[Consulta 18 de octubre de 2010]

Douady, Régine (1984). *Relación enseñanza –aprendizaje. Dialéctica instrumento – objeto. Juego de marcos*, en Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas Nº 3, IREM de Paris 7

Ferreira Nora y Castro Nora (2010). *GeoGebra como punto de partida de un proceso de validación.*

Disponible en URL: http://seadiuncoma.files.wordpress.com/2010/03/061.pdf [consulta 19 de octubre de 2010]

García, Francisco Javier (2007). *El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio de las relaciones funcionales en la educación secundaria.*). En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Pp.71-90

Disponible en URL: http://funes.uniandes.edu.co/1268/1/Garcia2008El_SEIEM_71.pdf

[Consulta 22 de marzo de 2011]

Godino, Juan, Recio Ángel, Roa Rafael, Ruiz Francisco y Pareja Juan (2005). *Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas.* Proyecto de Investigación "Edumat-Maestros". Universidad de Granada

Disponible en URL:

http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/criterios_evaluacion_recursos.pdf [consulta 18 de octubre de 2010]

Hohenwarter, Markus, www.geogebra.at. Versión en castellano: Saidón, Liliana (2005). Ayuda del GeoGebra 2.5.

Disponible en URL: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/matematicas/geogebra/Ayuda%20GeoGebra.pdf

[Consulta 26 de marzo de 2011]

Iranzo, Nuria y Fortuny, Josep Maria (2009). *La influencia conjunta del uso de Geogebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado*. Departament de Didàctica de les Matemàtiques. Universitat Autònoma de Barcelona.

Disponible en URL:

http://www.doredin.mec.es/documentos/00520103000010.pdf

[consulta 19 de octubre de 2010]

Jonassen, David (2002).*Computadores como herramientas de la mente*. Traducción al español autorizada para EDUTEKA por Phil Harris, Executive Director, AECT. Traducido del Inglés por Tito Nelson Oviedo A.

Disponible en URL:

http://www.eduteka.org/modulos.php?catx=9&idSubX=272&ida=78&art=1

[Consulta 24 de marzo de 2011]

Karmiloff –Smith Annette (1992). *Más allá de la modularidad. La ciencia cognitiva desde la perspectiva del desarrollo.* Versión Española de Juan Carlos Gómez Crespo (Capítulos 1 a 4 y 7 a 9) María Nuñez Bernardos (capítulos 5 y 6).Madrid: Alianza Editorial

Millán Zulma y Gil Yolanda (2006). *Tecnología educativa como herramienta cognitiva en la enseñanza de la Matemática*.

Disponible en URL:

http://www.santafe-conicet.gov.ar/notiuma/comunicacionesREM2006.pdf

[Consulta 18 de octubre de 2010]

Moreira Marcos Antonio (2002). *La Teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y de la investigación en el área.* Traducción: Iglesias Isabel.

Disponible en URL:

http://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf

[Consulta: 17 de marzo de 2011]

Oliveros Rodolfo (2001). *El uso de las calculadoras graficadoras para modelar y resolver problemas, álgebra, funciones y conjeturas en geometría.* Universidad Autónoma de Chapingo, México**.** Disponible en URL:

http://polya.dme.umich.mx/Carlos/mem_confe/memorias3.pdf

[Consulta 18 de octubre de 2010]

Parodi Carlos, Ferreyra Nora, Scarímbolo, María Daniela y Rechimont, Estela (2009). *El trabajo conjetural con el uso del GeoGebra.* 6to CIEMAC. Disponible en URL: http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/6toCIEMAC/Ponencias/Parodi_Ferreyra_Geogebra.pdf [consulta 19 de octubre de 2010]

Porlán Rafael y Martín José (2004). *El diario del profesor: Un recurso para la investigación en el aula*. Colección: investigación y enseñanza. 1° ed. 1991. 9° ed. Montequinto, Sevilla: Díada Editora S.L.

Disponible en URL:

http://es.scribd.com/doc/51833005/02-El-Diario-del-profesor-completo-y-bien

[Consulta 26 de abril de 2011]

Riviére, Ángel (1984). *La psicología de Vigotsky: sobre la larga proyección de una corta biografía*. Infancia y aprendizaje. Universidad Autónoma Madrid (Pp.7-86)

Disponible en UR L: http://www.quedelibros.com/libro/60603/La-Psicologia-De-Vygotski.html

[Consulta 16 de mayo de 2010]

Ruiz Noemí, Bosch Marianna y Gascón Josep (2010). *La algebrización de los programas aritméticos y la introducción del álgebra en secundaria*. Universidad Autónoma de Barcelona y Universidad Ramon LLud

Disponible en URL: http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD_II/Comunicaciones_TAD_II/22%20%20Ruiz_Bosch_Gascon_congres_TAD_2.pdf

[Consulta 18 de mayo de 2010]

Sacristán Gimeno y Pérez Ángel (1997)*. Comprender y transformar la enseñanza. Cap IV: Enseñanza para la comprensión*. Edición Morata. Madrid. 6ta Edición. Pp 78-114

Disponible en URL:

http://www.fum.edu.co/snies/inst/programas/educacionPreescolar/doc_dimplom/Documentos/Modelo%20Ecol%C3%B3gico%20de%20an%C3%A1lisis%20de%20aula.pdf

[Consulta 18 de mayo de 2011]

Sadovky, Patricia (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Formación docente-Matemática. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. 1° Edición.

Sánchez Sánchez Ernesto, CINVESTAV-IPN Miguel Mercado Martínez,CCH-UNAM; UPIICSA-IPN (2001). *Formulación de conjeturas en actividades con Cabri-Géometre*.

Disponible en URL: http://polya.dme.umich.mx/Carlos/mem_confe/memorias3.pdf

[Consulta 18 de mayo de 2010]

Skovsmose, O y Borba M. (2004). *Metodología de la Investigación y Educación Matemática Crítica*. Traducción realizada por Cristina Esteley. Education. In P. Valero and R. Zevenbergen (Eds.), Researching the Socio-Political Dimensions of mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology (207-227). Dordrecht: Kiuwer Academic Pubishers.

Tamayo Alzate, Óscar Eugenio (2006). *Representación semiótica y evolución conceptual en la enseñanza de las Ciencias y las Matemática*. Revista Educación y Pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquía, Facultad de Educación, Vol. XVIII N° 45, mayo-agosto, Pp.37-49.

Disponible en URL:

http://revinut.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/viewFile/6085/5491

[Consulta 18 de marzo de 2011]

Ventura Farfán, Marcos Aurelio (2001). *El uso de Derive para Windows para resolver problemas algebraicos verbales, en el estudio de sistemas de ecuaciones en el bachillerato.* Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.

Disponible en URL: http://polya.dme.umich.mx/Carlos/mem_confe/memorias3.pdf

[Consulta el 18 de octubre de 2010]

Vergnaud Gérard (1990). *La Teoría de los campos conceptuales*. Recherches en Didáctique des Mathématiques, Vol. 10,nº 2, 3, pp. 133-170.

Disponible en URL: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf

[Consulta el 20 de marzo de 2011]

APÉNDICE

1-Entrevista dialógica a los alumnos

Se tomó al azar cinco alumnos del curso, Ana Laura, Liliana, Cecilia, Marlen y Darío para realizar la entrevista.

¿Tienes alguna experiencia de una clase que te haya sentido a gusto aprendiendo Matemática y decir por qué te gustó?

Ana Laura: La verdad que soy sincera a mi no me gusta la materia matemática. Inclusive tengo dos previas, matemática de séptimo y octavo, pero a todo esto este es el año que mejor me fue en esta materia. Desde el principio de clase de este año me gustó y a esta altura del año todo fue una experiencia fácil y buena.

Liliana: La clase que me ha gustado fue cuando tuvimos que resolver problemas con números decimales ya que lo resolvimos en grupo.

Cecilia: La experiencia que me gustó es trabajar en grupo

Marlen: No me gusta ninguna clase de matemática.

Darío: Todas las clases me he sentido a gusto y me ha gustado porque aprendimos a resolver operaciones.

¿Qué experiencia de vida tienes en relación a la escuela? Relata alguna que te sea significativa por algún motivo? ¿Tuviste que abandonar la escuela en algún momento de tu vida o tuviste que cambiarte de escuela? ¿A qué se debió? ¿Qué materia o materias son las que más te gustan y por qué? Y las que no te gustan? ¿Por qué?

Ana Laura: Con respecto a la escuela la experiencia que tengo, es más el compañerismo y el apoyo de todos los profesores. Realmente me sentí y me siento muy conforme con la escuela y lo significativo para mí es que los profesores tuvieron la mejor paciencia del mundo, ya sea al enseñarme y que yo pueda aprender y entender bien. Yo me había cambiado de escuela porque la otra era muy difícil y tenía que trabajar y no me daban los horarios para estudiar. Las materias que me gustan son ética, lengua e historia porque son fáciles y me gustan ética e Historia porque habla de los valores, de la evolución y muchas cosas más, que me gustan. Con respecto a las otras materias no me gustan porque a veces no les encuentro sentido y no me llaman la atención estudiarlas pero igual les tengo que dar importancia porque me ayudan a perfeccionarme, aprender y pasar de curso.

Liliana: La escuela la abandoné en el 2008, se debió a que no pude levantar dos materias que tenía de noveno año, matemática y química. Me sentía mal por no poder levantar las dos materias y estar en primer año, esta es la razón por la que cambié de escuela. En el 2009 fui al Bachillerato Libre para Adultos y la verdad no me gustó y volví a esta escuela.

Cecilia: Me cambié a otra escuela, al BLA (Bachillerato Libre para Adultos) y me cambié de nuevo a esta escuela porque era muy difícil. Las materias que me gustan son lengua, música o teatro e inclusive matemática. La materia que menos me gusta es química porque se me hizo complicado entender.

Marlen: Tuve que abandonar la escuela porque quedé embarazada y luego cambiarme de colegio para estudiar a la noche, por mi hija.

La materia que más me gusta es geografía porque me gusta conocer la capitales, los mapas, los climas de la República Argentina y teatro porque te ayuda a aprender a no tener miedo y vergüenza de expresarte ante los profesores. Las materias que no me gustan matemática y química porque me cuestan muchísimo entenderlas.

Darío: La experiencia que tengo es en relación a la escuela es que en el futuro me pueda servir de algo como por ejemplo realizar una carrera de profesorado.

La materia que más me gusta es matemática porque me gusta resolver operaciones.

La materia que no me gusta es lengua porque me resulta muy difícil.

¿Qué aspiras para tu futuro? ¿Cuáles son tus expectativas, metas o inquietudes? Es decir que te gustaría hacer ahora o en un futuro?

Ana Laura: Yo aspiro para mi futuro ser alguien que preste servicio a los demás, mi meta es entrar a la gendarmería y mis inquietudes son muy pocas porque si tengo alguna duda voy y lo consulto en algún lado, no soy aquella de quedarme con las dudas.

Liliana: Las materias que más me gustan son lengua y proyecto. Me gustan porque no son materias difíciles para mí y además no me cuestan como algunas otras materias. Las que no me gustan son química y matemática, materias que siempre me han costado mucho aprender. Ahora me gustaría terminar la secundaria y en el futuro tener un trabajo bueno.

Cecilia: Mis expectativas para el futuro o meta es llegar a ser administradora de empresa.

Marlen: Ahora quiero terminar la secundaria y en un futuro quiero ser policía o estudiar gendarmería

Darío: Lo que aspiro para el futuro una mejor calidad de vida. Mi expectativa y mi meta es terminar quinto año y estudiar gendarmería.

Además de venir a la escuela, realizas alguna otra actividad o trabajo? ¿Cuál?

Ana Laura: Además de venir a la escuela trabajo como niñera.

Liliana: Si además de ir a la escuela, presto servicio de niñera cuatro o cinco horas.

Cecilia: no contesta

Marlen: Por ahora trabajo en mi casa cuidando mi hija y como empleada doméstica.

Darío: Además de venir a la escuela me dedico a la albañilería

¿Cómo organizas tus tiempos para estudiar, venir a la escuela, trabajar o realizar otras actividades, compartir la vida familiar o de amistad, etc.?

Ana Laura: A las 7 horas de la mañana me levanto y para las 8 horas estoy en mi trabajo, a las 9 horas entra al jardín la nena que cuido, vengo hasta mi casa, hago mis cosas y si tengo que estudiar estudio hasta la 12 horas, horario en que sale del jardín la nena y la llevo a su casa. De ahí, la cuido hasta las 19 horas y luego voy al cole y del colegio a mi casa. Mis amistades las veo los fines de semana.

Liliana: Mis tiempos para estudiar a la mañana o después de almorzar hasta que llega la hora de ir a trabajar o bien llevo mis hojas y estudio en mi trabajo. Mi vida familiar la comparto a la mañana o a la noche luego que salgo de la escuela y mis amigos los fines de semana.

Cecilia: Yo me organizo para estudiar cuando estoy sola.

Marlen: Para estudiar utilizo la siesta mientras duerme mi hija. Las amistades las veo los fines de semana

Darío: Mi tiempo para estudiar es el medio día. A las 18 horas salgo de mi trabajo y voy al cole. Los fines de semana nos reunimos en familia.

Crees que San Martín como ciudad brinda posibilidades para trabajar? ¿Qué posibilidades, por ejemplo?

Ana Laura: Para mí, a esta altura no se me brinda posibilidades de trabajo, muchas veces intentamos con mi familia pero no funciona. Tengo hace dos años a mis padres laburando en otro lado, él es jornalero pero en este momento trabaja en una empresa lejos de San Martín como maquinista y viene a cada tanto, le dan franco. También él a veces labura acá en San Martín, antes vivíamos de changas y la pasábamos mal econócimamente.

Liliana: Si creo que ofrece algunas posibilidades si quieres trabajar como por ejemplo en una tienda o comercio.

Cecilia: no responde

Marlen: Si creo que San Martín brinda trabajo como por ejemplo de doctora, contadora, profesora, policía, etc.

Darío: Si brinda posibilidades pero es muy poca la fuente de trabajo por ejemplo, albañil.

A tu criterio ¿Cuáles son las exigencias para conseguir trabajo o estudiar en la actualidad?

Ana Laura: Para mí, es necesario tener un buen estudio o basta tener quinto año terminado. Exigencias no tengo ninguna porque eso no me gusta que me exijan cosas y si no estudio es porque no tengo ganas nomás.

Por ahora no necesito que me brinde nada la escuela, con esto me basta y me sobra me den espacios para estudiar, expresarme y mostrar que tengo capacidad para pensar, expresar y aprender.

Liliana: Para mí hoy en día sino tienes estudios más que ser empleada de limpieza, niñera en otra cosa no puedes trabajar. Sí o sí se debe tener secundario completo para conseguir un buen trabajo.

Cecilia: Para conseguir un trabajo se necesita saber de computación y tener terminado el secundario.

Marlen: Para conseguir trabajo hoy en día tienes que saber escribir, leer, tener un título de computación, saber manejar la computadora, terminar quinto año, etc.

Darío: Para conseguir un trabajo, mínimo, tienes que tener terminado quinto año.

¿La escuela en qué te prepara y en qué no te prepara para el mundo del trabajo o para seguir una carrera, de acuerdo a lo que piensas?

Ana Laura: Para mí la escuela en sí te prepara, las materias te sirven para el día de mañana aunque algunas no le encuentro sentido o no me gustan.

Liliana: Para mí la escuela nos prepara para que día a día seamos personas educadas, con derechos y que no nos dejemos vencer por cualquier cosa que nos digan, a pensar en lo que está bien y en lo que está mal.

Cecilia: La escuela te prepara para seguir una carrera y no te prepara en computación por eso tienes que pagar para aprender. Lo que me gustaría que la escuela me brindara son clases de computación y teatro.

Marlen: La escuela te prepara para que aprendas, para que esté preparada para desenvolverte ante la sociedad y que seas educada.

Darío: La escuela me prepara para el futuro y si no tienes estudios no sos nada.

¿Cómo crees que debe ser para vos un buen profesor?

Ana Laura: Para mí, un buen profesor debe primero no importar cuanta trayectoria tenga como docente, sino,… y lo que valoro más, es la paciencia que tenga con los alumnos, que explique bien y sea amistosa su clase.

Liliana: Un buen profesor para mi debe ser, si no entiendes algún tema, alguien que tenga un poco de paciencia que algunos lo tienen y otros no. Hay profesores que le preguntas algo y te responden en voz alta, me gustaría que te llamen personalmente y que te expliquen.

Cecilia: Creo que un buen profesor tiene que ser amable, que nos enseñe con paciencia y nos explique tantas veces como sea posible.

Marlen: Un profesor debe ser respetuoso, exigente y estricto.

Darío: Para mí me gustaría que tenga todas las ganas del mundo para enseñar.

2-Entrevista dialógica a los profesores

Se realiza la entrevista dialógica a los profesores Diego Moyanesi de noveno año primera y Hugo Vargas de noveno segunda división, ambos del turno noche.

¿Cómo transcurre un día habitual de clases?

Diego Moyanesi: Particularmente, me parece, en cuanto al uso de las tecnologías en el aula, hay un antes y un después. Hay un antes, una clase muy tradicional, la lista de ejercicios resueltos o planteos para resolver que tienen que ver con lo meramente algebraico y no tantas veces plantear o utilizar eso algebraico para llevar a algo más como lo geométrico o como función para poder representar. Las clases generalmente son tradicionalistas en la que se muestran los ejercicios, un ejercicio patrón como modelo y después se trata de resolver con los chicos ejercicios similares tratando de aplicar el mismo algoritmo. Pude ver a partir de la incorporación de las tecnologías en el aula como en este caso el software GeoGebra y hoy estoy descubriendo existen otros tantos no sólo para matemática sino también para otras áreas. Me di cuenta primero hay una motivación extra, los chicos están saliendo del ámbito del tradicionalismo, de la monotonía que implica una clase siendo que hoy por hoy los estudiantes tienen otras tecnologías como celular por ejemplo, que es una de las cosas que capta mucho su atención. Entonces, si hay en el aula algo que está captando la atención más que la propia clase ya deja de ser una clase importante por más que los planteos que uno pueda llegar a proporcionar sean medianamente atractivos o no al haber otras cuestiones que le importen más al alumno como atender un mensaje de texto que le está llegando por ejemplo, en ese momento es algo muy importante para él. Está esperando una respuesta o está queriendo saber algo. La importancia de la tecnología está proporcionando justamente esto, que el alumno tenga otras variables y otras formas de poder ver lo que nosotros le podemos proporcionar que son los contenidos que queremos que ellos sepan. Por eso, digo, hay un antes y un después porque la preparación de las clases no era otra cosa como muy tradicionalista y al incorporarse el uso de las tecnologías en el aula terminan aportando varias posibilidades de razonamiento geométricas, algebraicas, de funciones, de interrelaciones entre los chicos que se fue generando a medida que se iba incorporando el uso del GeoGebra precisamente en el aula.

Prof. Hugo Vargas: Un día habitual de clase transcurre con el ingreso de los alumnos al curso y debido a que son en las primeras horas, transcurre entre unos 15 o 20 minutos entre la asistencia, la búsqueda de bancos y sillas, las llegadas tardes.

¿Qué variación introduce en función de los temas, del nivel de los alumnos, en el transcurso del curso?

¿Cómo prepara sus clases? ¿Qué función juega el texto y el uso de las nuevas tecnologías (calculadora, computadora) en la preparación de sus clases? ¿Qué materiales prepara para sus clases? ¿Elabora algún tipo de guión escrito?

Prof. Diego Moyanesi: La calculadora en cuanto a su uso, se había decidido por consenso en reunión de departamento que los alumnos trabajasen una primera etapa realizando cálculos mentales, dejar de lado la calculadora. Cuando las ejercitaciones empezaran a ser un poco más complejas incorporar la calculadora, es decir, que facilita siempre y cuando haya una base matemática mental previa que le permita razonar a los alumnos sobre ciertos cálculos. Creo, que hoy particularmente, está siendo un problema la calculadora.

Los libros de textos son los que proporcionan el Ministerio como el Puerto de Palos que aporta algo de teoría en una primera etapa y automáticamente proporciona una ejercitación después de ver una teoría. Los libros están pensados de tal manera que en una hoja como el resumen de la teoría que se da y del otro lado la aplicación inmediata del tema propuesto en ese libro.

Tradicionalmente se estilaba o se estila realizar la secuencia de los mismos libros y ver los aspectos teóricos y buscar algunos ejemplos en que se pueda mostrar esos aspectos y después volcarlos a través de ejercitaciones que el mismo libro los propone.

A veces más que guión escrito, se piensa en preguntas de tal manera de poder inducir al alumno para llegar a algún concepto o generalización, a través de un ejemplo y de ir analizando de manera que el alumno pueda, justamente a partir de inducciones, preguntas inductiva, para poder llegar a entender o se interprete algún tipo de contenido.

Hugo Vargas: Para el desarrollo de los contenidos se tiene en cuenta los contenidos previos de los alumnos probando con distintos ejercicios, si se observa que no todos manejan los mismos conceptos se trabaja en eso para que todos puedan entender y sacarse todas las dudas que puedan surgirles.

En el desarrollo de los mismos no utilizo vocabulario elevado por lo que el alumno comprende mucho mejor, luego de salvado todas las dudas se pasa al vocabulario específico, y de la parte numérica a la algebraica, mostrándole que les estoy brindando herramientas para los posteriores cursos, de esta manera logro captar la atención de los mismos.

Las clases se adecuan al grupo por lo que no siempre se puede encarar un tema dos veces de la misma forma, y distintas estrategias para que ellos puedan entender su utilidad. Los materiales que se utilizan son algunas calculadoras científicas o las más utilizadas la de los celulares, trato de trabajar con materiales concretos porque a mi parecer es más fácil llegar a la abstracción que tratar de llevarlos directo a la misma. Es por eso que se selecciona de distintas bibliografías esos contenidos mejores explicados y desarrollados.

¿Cómo decide qué contenidos abordar? ¿Cómo selecciona y secuencia? ¿Qué papel juega el libro de texto y los documentos curriculares en esa selección?

Prof. Diego Moyanesi: Las actividades que generalmente se seleccionan tienen que ver con una secuencia programada en reuniones de departamento al inicio de cada ciclo lectivo que se secuencian los contenidos para cada año y un orden cronológico de prioridades dentro de un mismo año para el armado del programa de estudio de ese año, priorizando contenidos.

Prof. Hugo Vargas: Para abordar un tema, primero, realizo el diagnóstico, se busca material bibliográfico y se selecciona los contenidos.

Teniendo en cuenta los niveles de los alumnos se explican los contenidos de distintas formas, se utilizan comparaciones, se muestra el uso en posteriores años para que el alumno se concientice que estos conceptos lo trabajaron siempre y no para el momento.

Se realiza ejercitaciones en donde el alumno lo resuelve en forma individual, yo como docente paso por los bancos a controlar y a salvar dudas, ya que dada las características del adolescente, muchas veces, no se permite preguntar frente a sus pares. Por último se controla en el pizarrón para puntualizar, aún más, la forma de realizar la ejercitación.

En el turno noche no trabajo con trabajos prácticos por un acuerdo que realizamos con los alumnos a principio de año, donde ellos se comprometían a trabajar en clase y no a la realización de ejercicios prácticos.

Como manifesté anteriormente siempre selecciono los contenidos según un diagnóstico y se trata de no dar ningún contenido por entendido sin previa revisión.

La secuenciación se da de lo más simple a lo más complejo, con respecto a los contenidos curriculares, se trabaja en forma transversal las ecuaciones, como por ejemplo en cálculos de áreas y perímetros.

¿Qué actividades selecciona? (Ejercicios de aplicación, problemas abiertos) ¿Qué representaciones tiene en cuenta? (aritmética, algebraica, geométrica, analítica, etc.) ¿Qué rol le otorga a sus explicaciones y a los errores de los estudiantes? ¿Qué papel le atribuye en el aprendizaje a la argumentación y a la validación?

Prof. Diego Moyanesi: Generalmente nos hemos acostumbrado a representar o a realizar gráficos o movimientos en el plano para noveno año, por ejemplo, después se puede llegar a hacer análisis de esos gráficos. El Geogebra nos ayudó mucho a analizar todas las propiedades, sobre todo, de cada uno de los movimientos o relacionado con los contenidos, que la figura pueda moverse o que el punto pueda ser trasladado genera una visión más amplia al alumno que no podemos hacer cuando está impreso o realizado por el mismo alumno, pero no deja de ser una figura estática. El tema de las propiedades es algo que se puede llegar a rescatar en relación al uso de un software como GeoGebra.

Prof. Hugo Vargas: Las actividades que tomo de los libros de textos son conceptos y algunos ejercicios, se trabaja en forma aritmética y se muestra algebraicamente los conceptos.

El rol que le otorgo a mis explicaciones es de motivarlos e incentivarlos que la matemática es importante en el desarrollo de sus capacidades y en la resolución de problemas, si se observa algunas dificultades se ejemplifica varias veces para que puedan incorporar el concepto correcto.

¿Qué nivel de coordinación mantiene con sus compañeros de ciclo/ departamento?

Prof. Diego Moyanesi: Con respecto al nivel de coordinación con los docentes podemos llegar a decir, la coordinación tiene que ver con la secuenciación de contenidos entre distintos años de cursados, qué contenidos priorizamos para octavo, para noveno, para primero para segundo o para tercer año. Con respecto al colega del curso paralelo generalmente no hay un trabajo en paralelo por cuestiones de horarios, personales o institucionales. No existe un trabajo de sentarse con el colega en este caso de noveno año y decir, bueno esto lo podemos hacer así. En eso creo que deberíamos mejorar, o sea generamos la secuenciación de los contenidos para cada año a principio de año pero cuando nos tenemos que sentar con el colega del mismo año a trabajar con los contenidos o los recursos didácticos son contadas veces, las que se pueden realizar, por diversos factores que tienen que ver con lo institucional.

Prof. Hugo Vargas: El nivel de coordinación con los demás docentes se da en las reuniones de departamento o talleres, ya que el tiempo que tenemos en las escuelas es escaso.

¿Cómo resuelve los problemas de motivación o mantención del clima de aprendizaje?

¿Qué atención presta a las necesidades educativas individuales en cada uno de sus alumnos?

Prof. Diego Moyanesi: Generalmente, desde el departamento, no se analiza este tema, con la experiencia uno se va dando cuenta cuando genera una situación que plantea un desafío al alumno, en donde empieza a captar la atención del alumno. Cuando él ve que uno le está proponiendo un desafío, como un juego, es decir, que el alumno sepa que pensando lo que él va a resolver va a poder ganar. Realmente una situación problemática es la que va a generar la motivación de manera tal que pueda conectarse con contenidos, que es lo que tenemos que proponernos. Lo que me di cuenta que la motivación en ese curso particularmente se ve mejorada con los desafíos que le vaya proponiendo, como que uno quiere descubrir primero el misterio ante que otro alumno, eso los motiva a querer ir descubriendo o ir develando el misterio de un problema que se le plantea. A través del GeoGebra es como que los chicos sienten la motivación de dar explicaciones de lo que ellos hacen y también facilita el análisis de los errores.

¿Qué rol le doy a las explicaciones del alumno, en una clase x? Generalmente en la clase tradicionalista el alumno tiene muy poca participación activa. Participa de forma pasiva y me parece que como meta una de las preguntas que tendríamos que hacernos para cada clase que planteamos ¿qué hace el alumno? ¿qué hace el docente? Entonces uno se va dando cuenta que a medida tiene una clase muy expositiva, el alumno no hace, escucha. Si uno se evaluaría pensaría ¿qué le quedó al alumno? Particularmente el programa que estuvimos trabajando, el rol del docente, es un poco más de guía y es quien maneja el contenido, acomoda, es quien va llevando al alumno, cometiendo errores pueda interactuar con los contenidos, un poco jugando, un poco experimentando y un poco guiado por el profesor, se introduce en el contenido el alumno, sin saber.

Entonces, si nos ponemos a pensar que hace el alumno la clase termina siendo otra. Cuando vamos a evaluar, lo bueno antes de trabajar con la evaluación, es tener en cuenta las necesidades educativas de los alumnos son diferentes Hay alumnos que pensarán seguir estudiando o tener una aplicación inmediata por cuestiones lógicas de trabajo, por cuestiones de querer independizarse un poco más, laboralmente.

Las necesidades educativas de nuestros alumnos turno noche, son bastantes variadas, pero si podemos generalizar podemos decir son necesidades educativas inmediatas que le sirvan ya para que puedan salir a aplicar lo que saben en función de un trabajo más que nada o en otros casos, continuar estudios superiores; entonces las necesidades educativas tiene que ver con lo práctico e inmediato o a corto plazo.

¿Cómo se atienden los problemas individuales? ¿Cómo se trabaja ese aspecto en cuanto a las necesidades particulares de cada chico? Existen variedad de situaciones, chicos que trabajan en negocios, chicas de niñera o empleadas domésticas, alumnos que trabajan realizando transporte.

La intención es tratar de contemplar, tener a cada uno de los alumnos, si bien, no es tarea fácil, la diversidad es lo que va marcando el rumbo de este alumno, buscar equilibrio del planteo de la situación, no es tarea fácil buscar un equilibrio en cuanto a que sea aprovechada por cada uno de ellos, en cuanto a brindarles igualdad de oportunidades, sobre todo para a cada uno de los mismos y desde un espacio específico como es Matemática, particularmente tiene que ver con los desafíos.

La escuela trata de generar un espacio de contención para que justamente nuestros alumnos puedan entender los contenidos.

Se tiende al trabajo de cada profesor, si bien la escuela tiene como talleres tiene que ver con centros de actividades juveniles o encuentros para trabajar con los alumnos en general, aunque muy pocas veces en el año.

Más bien se trata de la contención de cada docente y el aporte que puedan llegar a hacer desde su espacio.

Prof. Hugo Vargas: El diálogo fluido de temas de interés de los alumnos hace que la clase sea distendida y llevadera, trato de interesarme cuál es la dificultad por la que no realizan las actividades de esta manera pueda comprender la situación por la que está pasando.

¿Cómo resuelve la evaluación de aprendizaje de sus alumnos?

¿Qué papel juegan los objetivos generales de ciclo previstos? ¿Qué instrumentos de evaluación de aprendizaje utiliza?

¿Cómo valora el esfuerzo realizado por sus alumnos? ¿Cómo valora el rendimiento alcanzado?

¿Tiene oportunidad de evaluar el programa y la enseñanza? ¿Cómo?

Prof. Diego Moyanesi: Inicialmente me di cuenta que era muy tradicionalista. Desarrollaba contenidos y después lo evaluaba, sin pensar, a veces, en el proceso de evaluación que fue haciendo el alumno para llegar a conocer o desconocer lo que uno como profesor le estaba proponiendo. Después de trabajar con GeoGebra fuimos guardando cada producción de los alumnos en la que pude llegar a pedir que comente como hizo tal trabajo y con el solo hecho de recurrir a su trabajo y apelar a su memoria y a pensar como fue una guía de ejercitaciones, al alumno le resultó mucho más fácil porque lo trabajó y lo elaboró al proceso de trabajo práctico, entonces, estuvo relacionando con el contenido

Antes era como más complicado, uno evaluaba el contenido sin pensar en el proceso que quedaba en el camino y por quedar en el camino no evaluaba.

El alumno se pone en el papel de expositor de su propio trabajo. De ahí uno puede llegar a ver todo lo que el alumno sabe sin acudir a la evaluación meramente escrita.

Los objetivos generales del ciclo o del año, hay ciertos contenidos básicos que el alumno necesita saber y para ser acreditado es necesario que lo sepa

Al evaluar los objetivos generales hay criterios que no se pueden dejar de lado para que el alumno pueda seguir siendo promocionado y seguir avanzando a niveles superiores. Por ejemplo proporcionalidad directa o inversa, trabajar con números enteros, que conozca las fracciones, que realice cálculo con las fracciones y con las operaciones con fracciones. Puedan realizar cálculos sin la necesidad de acudir a una calculadora son cosas que pretendemos para que nuestros alumnos puedan avanzar a un ciclo superior.

En las reuniones de departamentos se consensua con respecto a los logros de los estudiantes en cuanto a brindar posibilidades, justamente, si bien, los procesos evaluativos son muy variados se valora el esfuerzo de poder rescatar lo que el alumno fue haciendo en el transcurso del cursado de su espacio, más bien dejar esa evaluación tradicionalista final de trimestre, en la que sólo evaluamos el contenido, a veces casi siempre venimos dejando de lado mucho de lo que el alumno fue construyendo a partir de todo el tiempo de cursado del espacio, tratando de dejar registrado producciones periódicas más que al final de trimestre o determinado plazo, como evaluación. Tratar de dejar registrado sus producciones dentro de algún dispositivo electrónico que nos permita almacenar cada una de sus clases que fue construyendo.

Con respecto a los programas se hace una evaluación de los mismos a fin de ciclo con respecto a los porcentajes desarrollados y evaluados en relación a los contenidos.

Prof. Hugo Vargas: La evaluación se realiza diariamente, con la observación directa, el trabajo en clase y la realización de las mismas en el pizarrón, luego se evalúa en forma individual y escrita la cual no es definitiva, ya que la nota conceptual es muy importante. De esta manera creo que se valora mucho el esfuerzo del alumno.

¿Qué relaciones puede establecer entre su vida profesional y la formación? ¿Por qué se dedica a la enseñanza?

Prof. Diego Moyanesi: Considero que el instituto de formación docente, me formó de una manera muy tradicional, en la que me desenvolví como alumno de secundaria.

La formación fue bastante tradicionalista que también yo la volqué de la misma forma en la que aprendí. La mayoría de las clases expositivas, con ejercitación para resolver.

Me pude dar cuenta que con la incorporación de las nuevas tecnologías existen otras posibilidades donde se tiene en cuenta el hacer del alumno en clase. Si nos ponemos a pensar cuáles son las acciones o las tareas que estaban realizando en el aula en la forma tradicionalista el alumno es mero receptor, claro que a veces también puedes tener una clase con tecnología y ser tradicionalista o no tener tecnología y ser innovador. Es importante más allá de las tecnologías como se va a desarrollar esa clase, puedes elegir un ejercicio práctico y no da para mucho. En cambio con un problema aunque no tenga tecnología pero el alumno tiene que pensar, hacer, comparar, discutir, y no se limita a la exposición del profesor.

Generalmente no se le pregunta al alumno qué aprendió de la clase. Por ej. comparar dos clases, qué hizo el alumno en una clase y qué hizo en la otra?

Prof. Hugo Vargas: Mi vida profesional está ligada a la responsabilidad con las escuelas en donde desarrollo mi labor como profesor, y con mi formación existen dos etapas: cuando me formé como tal en el Instituto y otra en el transcurso de toda mi carrera docente frente a los alumnos.

¿Dónde obtuvo y cómo evalúa su formación profesional? ¿Qué cursos, intercambios, seminarios, proyecto u otros trabajos de formación ha realizado?

¿Qué influencias ha tenido en su orientación en formación y de profesión?

¿Qué papel atribuye a la propia experiencia como fuente de información?

Prof. Diego Moyanesi: Siempre algo bueno de los cursos se rescata, hay cursos en lo que se rescata muchas cosas productivas y otros en que no se rescata como uno lo desearía, pero lo importante de las capacitaciones es que va proporcionando en pensar en nuevas herramientas pero lo bueno de cada propuesta de capacitación es mostrarlo una nueva posibilidad de incorporar cosas que a nuestros alumnos le interesan pensando en cosas nuevas que antes no existían. Entonces hay muchas cosas nuevas para nuestros alumnos. Cosas nuevas que están en nuestra sociedad y que antes no necesitábamos de eso porque no existían.

La calculadora fue una gran tecnología aunque veo que los alumnos al utilizar mucho la calculadora no tienen en cuenta la estimación. Obtienen un resultado de aplicar varias teclas, esperan un número, sin analizar o hacer la estimación. No relacionan que al multiplicar números grandes van a obtener números grandes.

La experiencia es la que te va marcando los tiempos, va generando mayor seguridad, mayor confianza y te va permitiendo ver donde hay que aceitar más los engranajes, no sólo para que el engranaje se mueva; sino te va dando la autoevaluación de los contenidos y del desempeño frente a tus alumnos y del desempeño de tus alumnos.

Docente, alumnos y los contenidos son los pilares y después vamos incorporando las otras cositas para adornar el proceso de aprendizaje.

Prof. Hugo Vargas: Mi formación profesional fue en el Instituto de Nivel Terciario, mi evaluación es a mi entender buena; con muchos contenidos de utilidad para ese momento, pero que en la práctica no son tan requeridos, o quizás la didáctica con la que nos realizaban las bajadas no eran lo suficientemente buena9o y clara, el trabajo en el aula estaba enfocado para un grupo ideal, y creo que el docente del Instituto debe mostrar como bajar un tema y de esa manera ir desarrollando los contenidos, porque a la hora de las prácticas no sabíamos cómo organizarlos o relacionar lo que muchas veces provocaba decepciones y disgustos.

Los cursos más provechosos fueron los realizado en la UNNE (Universidad Nacional del Nordeste) y algunos destinados a la formación de la nueva escuela secundaria, realice todas las capacitaciones en servicio y en conjunto con otros docentes, organicé talleres sobre salud, vinculación al trabajo, y la convivencia de los adolescentes entre otros.

En relación al tema de investigación:

¿Qué objetivos de aprendizaje tiene en cuenta de un curso de 9no año en torno al tema proporcionalidad? ¿Cuál es su papel en el currículo de Matemáticas? ¿Cuáles son las relaciones entre los aspectos conceptuales y los aspectos técnicos de los contenidos del curso?

Prof. Diego Moyanesi: La intención con respecto a proporcionalidad es darle la herramienta principal al alumno que es tratar de resolver regla de tres simple que pueda volcar al cálculo de proporcionalidad directa e inversa, principalmente directa que por el resto de su carrera creo que siempre van a necesitar para cualquier tipo de espacio como química, física, todo tipo de cálculo ya sea estequiométricos u otros siempre se van a valer de la regla de tres simple, tratar de afianzar esa parte de la regla de tres simple como una herramienta que le permite al alumno abordar otro contenido que la matemática aporta también. Después que le permita pensar de qué no es otra cosa que una función y para eso necesitamos representar en gráficos cartesianos. Es decir utilizar como modelo, la modelización funcional en ejemplos concretos.

Los procedimientos hacen que los aspectos conceptuales se afiancen.

Lo procedimental afianza aquellos que el alumno puede manejar como conceptual.

¿Cuáles son las dificultades recurrentes en torno a la proporcionalidad? ¿Cuáles son las razones de las mismas?

Prof. Diego Moyanesi: Lo que cuesta al alumno es determinar las proporcionalidades cuando se trata de una proporcionalidad directa o inversa. Es ahí donde el alumno se encuentra con dificultad, analizar como varían o se relacionan las variables. Los alumnos me dan la impresión y es una creencia que el alumno viene como adiestrados a resolver cuestiones prácticas, como realizando una receta. Cuando tiene que analizar cuestiones o situaciones le cuesta.

Prof. Hugo Vargas: En torno a la proporcionalidad, las dificultades que más sobresalen o reflejan los alumnos es que les cuesta razonar. Buscan sólo la metodología para la resolución rápida.

Les cuesta ubicarse en el espacio para lograr interpretar los problemas, no relacionan lo trabajado con su realidad. Y no les gusta resolver problemas, ya que son tomados como aburridos o tediosos.

En mi caso trato de mostrarle que los problemas pueden presentarse en forma oral o escrita, es por eso que doy un problema verbalmente y tratamos de sacar sus datos, de plantearlo y resolverlo, luego mostrarle que se escribe el mismo, para poder tener un fundamento de esos datos.

¿Qué problemas surgen a la hora de implementar secuencias de enseñanza? ¿Cuáles han sido los resultados? ¿Están de acuerdo los resultados obtenidos con los resultados esperados? ¿Es posible explicar las divergencias entre los resultados esperados y los conseguidos?

Prof. Diego Moyanesi: Generalmente si, por diversos factores, cuando van desarrollando contenidos es necesario ir integrando esos contenidos, si uno deja pasar mucho tiempo es como que se desmorona, el alumno no alcanza lo que el profesor espera de él.

Entonces, la primera etapa básica es tratar de ir afianzando y viendo que es lo que el alumno está aprendiendo para que en algún momento cuando los resultados esperados a largo plazo sean los deseados, se pueda llegar a hacer una integración de esos contenidos sin dejar pasar mucho tiempo. A veces cuando queremos evaluar muchos contenidos, seguimos avanzando se le suma no sólo los contenidos de un espacio sino de todos los espacios, evaluamos al final de un trimestre, tenemos el alumno agobiado de cuestiones por resolver y termina siendo para él una situación caótica.

Una clara forma de ir evaluando los resultados esperados es gradualmente y a corto plazo sin dejar pasar mucho tiempo para desenvolvimiento del propio alumno como constructor de su propio aprendizaje guiado por el profesor.

BIOGRAFÍA DE LA AUTORA DE LA TESIS

Profesora en Matemática, Física y Cosmografía, egresada del Instituto Superior del Profesorado N° 4 “Ángel Cárcano” de la ciudad de Reconquista, Provincia de Santa Fe, en el año 1986.

Diplomada Superior en Ciencias Sociales con mención en Educación y Nuevas Tecnologías, egresada de la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, (FLACSO), Sede Académica Argentina en Buenos Aires, en el año 2006

Especialista en Educación y Nuevas Tecnologías, egresada de la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, (FLACSO), Sede Académica Argentina en Buenos Aires, en el año 2007.

Especialista en Enseñanza de las Ciencias Experimentales y Matemática con orientación en Matemática, egresada de la Escuela de Humanidades de la Universidad Nacional de San Martín, Provincia de Buenos Aires, en el año 2010.

Actualmente Profesora de Análisis Matemático I, Análisis Matemático II y del Taller “Aplicaciones de las Integrales Definidas” y Directora de Estudios en el Profesorado de Matemática del Instituto de Nivel Terciario “Profesor Eduardo A. Fracchia” de la ciudad de General José de San Martín, Provincia de Chaco.

Participa como facilitadora TIC en capacitaciones vinculadas al uso de entornos virtuales en el Instituto de Nivel Terciario “Profesor Eduardo A. Fracchia” de la ciudad de General José de San Martín, Provincia de Chaco.

Nancy Noemí Debárbora………………………………………………………